

平成 24 年 4 月 12 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta - 1]$ から $[\beta - 7]$ までの7群のうちから、学校で指定された2群を解答しなさい。

解 答 上 の 注 意 事 項

- 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S II β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。

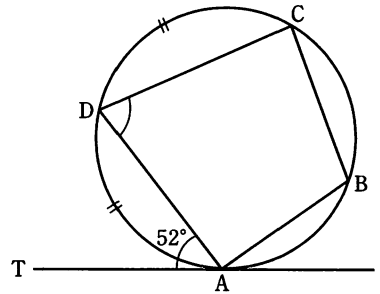
- (1) $\frac{4}{x^2-4} - \frac{5}{x^2-x-6}$ を計算せよ。
- (2) 点 A(-1, 3) に関して, 点 P(3, 1) と対称な点 Q の座標を求めよ。
- (3) 方程式 $\left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$ を解け。
- (4) 定積分 $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (x^2-3)dx$ を求めよ。
- (5) 点(4, -1)を中心とし, 直線 $x+2y+3=0$ に接する円の方程式を求めよ。
- (6) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 不等式 $2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 > 0$ を解け。
- (7) 関数 $f(x) = -2x^3 + ax^2 + bx$ が $x=2$ で極大値 20 をとるとき, 定数 a, b の値を求めよ。
- (8) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(4-x) \leq \log_{\frac{1}{2}}2(x+1)$ を解け。
- (9) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 関数 $y = \cos 2\theta + 2\cos\theta$ について, 次の問いに答えよ。
 - (ア) $\cos\theta = t$ において, y を t で表せ。また, t のとりうる値の範囲を求めよ。
 - (イ) y の最小値を求めよ。また, そのときの θ の値を求めよ。(途中経過を書け)
- (10) (ア) 曲線 $y = |x^2 - 4|$ のグラフをかけ。
 - (イ) 定積分 $\int_1^3 |x^2 - 4| dx$ を求めよ。(途中経過を書け)

β 選択問題

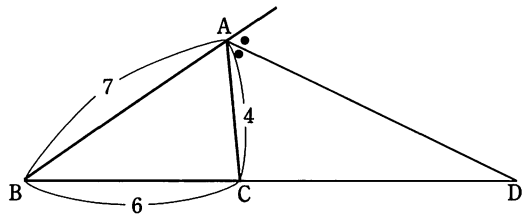
[β-1] から [β-7] までの 7 群のうち、学校で指定された 2 群を解答すること。

[β-1] **平面図形**

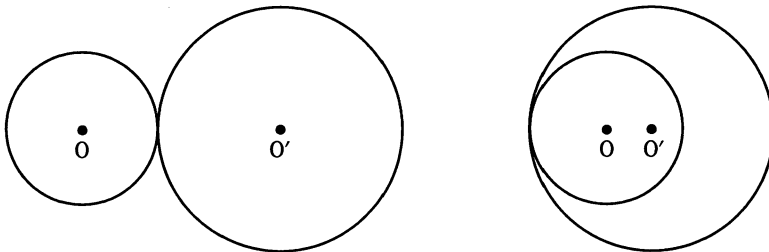
- (1) 右図のように、円と内接する四角形 ABCD があり、直線 AT は点 A で円に接している。
 $\angle DAT = 52^\circ$ 、 $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ のとき、 $\angle ADC$ の大きさを求めよ。



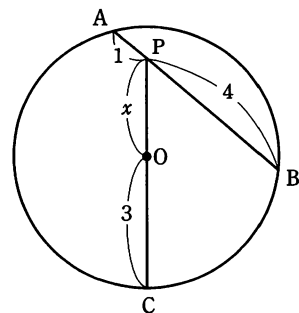
- (2) 右図のような、 $AB=7$ 、 $BC=6$ 、 $AC=4$ の $\triangle ABC$ がある。 $\angle A$ の外角の二等分線と、辺 BC の延長との交点を D とするとき、線分 BD の長さを求めよ。



- (3) 大小 2 つの円がある。2 つの円の中心間の距離が 10 のとき外接し、中心間の距離が 2 のとき内接する。このとき、大きい方の円の半径を求めよ。



- (4) 右図のように、半径 3 の円 O がある。
 $AP=1$ 、 $BP=4$ であるとき、線分 OP の長さ x を求めよ。



[β-2] **集合と論理**

(1) 全体集合を $U = \{x \mid x \text{ は } 20 \text{ 以上 } 30 \text{ 以下の自然数}\}$ とし、その部分集合を $A = \{x \mid x \text{ は素数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は奇数}\}$ とする。このとき、 $\overline{A} \cap B$ を要素を書き並べる方法で表せ。

(2) 100 以上 200 以下の自然数のうち、3 または 7 で割り切れる数は何個あるか。

(3) 次の に適するものを、下の(ア)~(エ)の中から選び、記号で答えよ。

ただし、 x は実数とする。

「 $x^2 - 4x + 3 = 0$ は $x = 1$ であるための 。」

(ア) 必要条件であるが、十分条件ではない

(イ) 十分条件であるが、必要条件ではない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

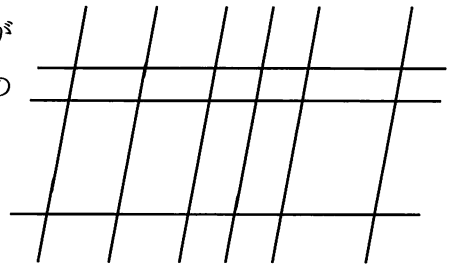
(4) x, y が実数のとき、次の命題の対偶を述べよ。また、その対偶の真偽を答えよ。

「 $x^2 + y^2 < 4$ ならば、 $x < 2$ または $y < 2$ である。」

[β-3] **場合の数と確率**

(1) 男子 4 人、女子 2 人が 1 列に並ぶとき、両端に女子が並ぶ方法は何通りあるか。

(2) 右図のように、3 本の平行線と 6 本の平行線が交わっている。この図の中にある平行四辺形の総数を求めよ。



(3) 赤球 1 個と白球 3 個が入っている袋から球を 1 個取り出し、その色を見てから袋に戻すという試行を 3 回繰り返す。このとき、少なくとも 1 回は赤球が出る確率を求めよ。

(4) 1 個のさいころを投げて、出た目が奇数のときはその目の 10 倍の点数、偶数のときはその目の 20 倍の点数を得られるゲームがある。このゲームを 1 回行うとき、得られる点数の期待値を求めよ。

[$\beta-4$]

数列

- (1) 次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
2, -6, 18, -54, ……
- (2) 等差数列をなす3つの数があり, その和は -3, 積は 80 である。この等差数列の公差を求めよ。
- (3) 数列 $1 \cdot 3, 2 \cdot 5, 3 \cdot 7, \dots, n(2n+1)$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。
- (4) $a_1=2, a_{n+1}=-2a_n+1 (n=1, 2, 3, \dots)$ で定義された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[$\beta-5$]

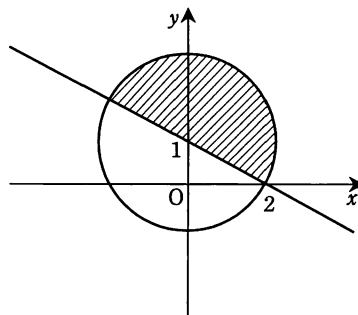
ベクトル

- (1) $\vec{a}=(-2, 3), \vec{b}=(1, -2)$ のとき, $\vec{c}=(1, -4)$ を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (2) $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=2, |\vec{a}-4\vec{b}|=7$ のとき, $\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直になるように, 実数 t の値を定めよ。
- (3) 4点 $A(1, 3), B(4, 6), C(x, y), D(3, -2)$ を頂点とする平行四辺形 ABCD がある。 x, y の値を求めよ。
- (4) 2点 $A(3, 4, 6), B(6, 3, 9)$ と xy 平面上の点 C が一直線上にあるとき, 点 C の座標を求めよ。

[β-6] 数学Ⅱ ①

- (1) 整式 x^3-7x+6 を因数分解せよ。
- (2) $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, $\sin\beta=-\frac{4}{5}$ のとき, $\sin(\alpha+\beta)$ の値を求めよ。ただし, α が第 1 象限の角で, β が第 4 象限の角であるとする。

- (3) 右図のように, 点 $(0, 1)$ を中心とする円と直線で囲まれた斜線部分の領域を表す連立不等式を求めよ。ただし, 境界線を含むものとする。



- (4) 関数 $y=f(x)$ のグラフは点 $(-1, 2)$ を通り, このグラフ上の各点 (x, y) における接線の傾きは $6x^2-4x+3$ である。この関数 $f(x)$ を求めよ。

[β-7] 数学Ⅱ ②

- (1) $\log_2 12 + \log_2 6 - 2\log_2 3$ を計算せよ。
- (2) 整式 x^3+ax^2+bx-8 を x^2+x+1 で割ったときの余りが $3x-5$ であるとき, 定数 a, b の値を求めよ。
- (3) $\tan\theta=\frac{1}{3}$ のとき, $\cos 2\theta$ の値を求めよ。
- (4) 関数 $y=x^3-3x+1$ ($-2\leq x\leq 2$) の最大値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。