



平成 24 年 4 月 12 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

| | | | | | |
|---|----|---|---|----|--|
| 第 | 学年 | 組 | 番 | 氏名 | |
|---|----|---|---|----|--|

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. $[\alpha - 1]$ から $[\alpha - 11]$ までの 11 群のうちから、学校で指定された 4 群を解答しなさい。

S II α 学 力 テ ス ト

[α-1] **式と証明・高次方程式** (この選択群で使用している i は虚数単位とする。)

- (1) $\frac{x^2-2}{x^2-x-6} - \frac{2}{x^2-x-6}$ を計算せよ。
- (2) $\frac{5}{2+i}$ を計算して、 $a+bi$ の形で表せ。ただし、 a, b は実数とする。
- (3) 2次方程式 $x^2+3x+5=0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha\beta(\alpha+\beta)$ の値を求めよ。
- (4) 2次方程式 $x^2-2x-3k=0$ が異なる2つの虚数解をもつとき、定数 k の値の範囲を求めよ。
- (5) 次の \square ~ \square にあてはまる整数を入れよ。

$P(x)=x^3-5x^2+9x-6$ において、 $x=\square$ のとき $P(\square)=0$ となるから、
 $P(x)$ は $x-\square$ で割り切れる。

したがって、方程式 $x^3-5x^2+9x-6=0$ の解は、

$$x = \square, \frac{\square \pm \sqrt{\square} i}{2}$$

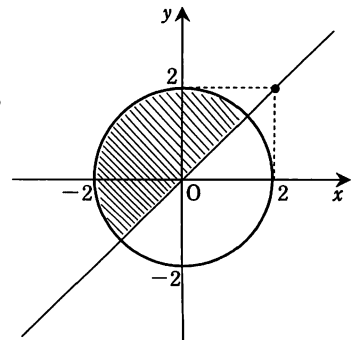
である。

[α-2] **図形と方程式**

- (1) 2点 $A(-1, 2)$, $B(3, -4)$ 間の距離 AB を求めよ。
- (2) 3点 $A(3, 6)$, $B(-5, -2)$, $C(8, -3)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心の座標を求めよ。
- (3) 点 $(-2, 4)$ を通り、直線 $y=3x+5$ に平行な直線の方程式を求めよ。
- (4) 方程式 $x^2+y^2-6x+2y-15=0$ は円を表す。この円の中心の座標と半径を求めよ。
- (5) 右図の斜線部分の領域を表す不等式を以下に示した。

\square , \square にあてはまる不等号を入れよ。ただし、この領域の境界線は含まないものとする。

$$\begin{cases} x^2+y^2 \square 4 \\ y \square x \end{cases}$$



[$\alpha - 3$]

三角関数

(1) 36° を弧度法で表せ。(2) 不等式 $\cos\theta > 0$ を満たす角を次の(ア)~(エ)の中からすべて選び、記号で答えよ。

(ア) $\frac{\pi}{6}$ (イ) $\frac{5}{6}\pi$ (ウ) $\frac{7}{6}\pi$ (エ) $\frac{11}{6}\pi$

(3) θ が第3象限の角で $\tan\theta = 2$ のとき、 $\cos\theta$ の値を求めよ。(4) $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ を $r\sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。ただし、 $r > 0$ 、 $-\pi < \alpha < \pi$ とする。(5) $\cos\theta = \frac{2}{3}$ のとき、 $\cos 2\theta$ の値を求めよ。[$\alpha - 4$]

指数関数・対数関数

(1) $\sqrt[4]{162} \div \sqrt[4]{2}$ を計算せよ。(2) $25^3 \times 5^{-4} \div 5$ を計算せよ。(3) $\log_2 12 + \log_2 6 - \log_2 9$ を計算せよ。(4) 方程式 $3^x = 9^{x-2}$ を解け。

(5) 次の[ア]と[イ]にあてはまる数を入れよ。

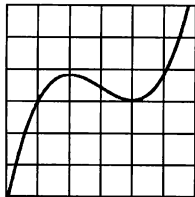
不等式 $\log_2(x-3) < 1$ の解は、[ア] $< x <$ [イ] である。

[α-5] 微分・積分の考え

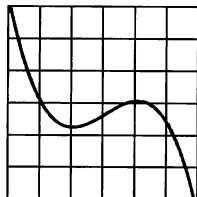
(1) 関数 $y=2x^3+3x^2-11x+1$ を微分せよ。

(2) 次の(ア)~(エ)の中から、 $f'(x)=x^2-4x+4$ となる関数 $y=f(x)$ のグラフの概形を1つ選び、記号で答えよ。

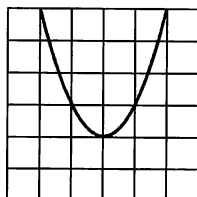
(ア)



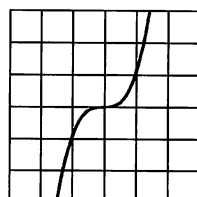
(イ)



(ウ)



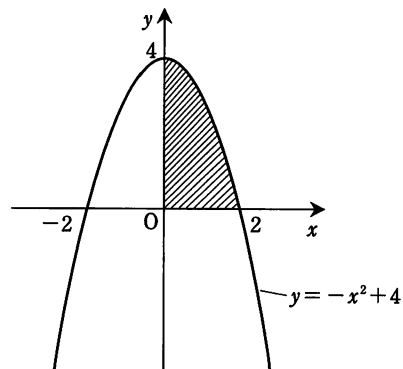
(エ)



(3) 不定積分 $\int 3x(x+4)dx$ を求めよ。ただし、積分定数として C を用いよ。

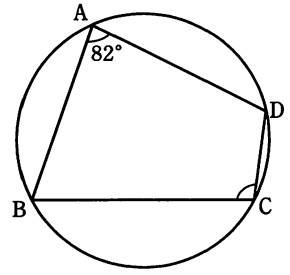
(4) 2次関数 $f(x)=ax^2+bx+5$ が、 $f'(1)=5$, $f'(0)=3$ を満たすとき、定数 a , b の値を求めよ。

(5) 右図の斜線部分の面積を求めよ。

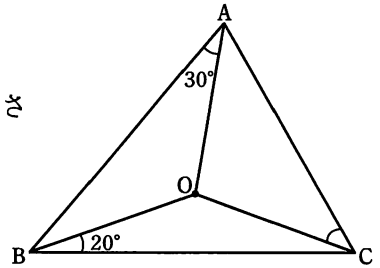


[$\alpha-6$] 平面図形

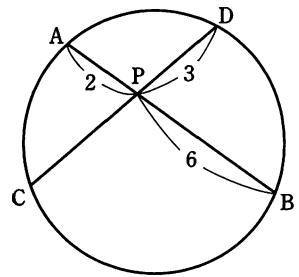
- (1) 右図のように、四角形 $ABCD$ が円に内接している。
 $\angle BAD=82^\circ$ のとき、 $\angle BCD$ の大きさを求めよ。



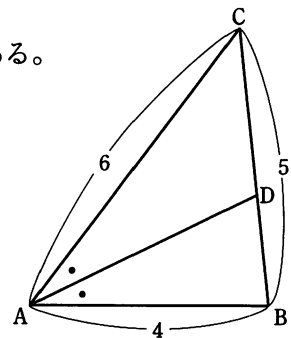
- (2) 右図において、点 O は $\triangle ABC$ の外心とする。
 $\angle OAB=30^\circ$ 、 $\angle OBC=20^\circ$ のとき、 $\angle OCA$ の大きさを求めよ。



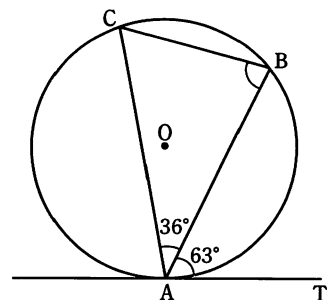
- (3) 右図のように、円周上の4点 A, B, C, D があり、線分 AB, CD の交点を P とする。 $PA=2$ 、 $PB=6$ 、 $PD=3$ のとき、 PC の長さを求めよ。



- (4) 右図のように、 $AB=4$ 、 $BC=5$ 、 $CA=6$ の $\triangle ABC$ がある。
 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき、
 線分 BD の長さを求めよ。



- (5) 右図のように、円 O の円周上に異なる3点 A, B, C があり、直線 AT が点 A で円 O に接している。
 $\angle BAT=63^\circ$ 、 $\angle CAB=36^\circ$ のとき、 $\angle ABC$ の大きさを求めよ。



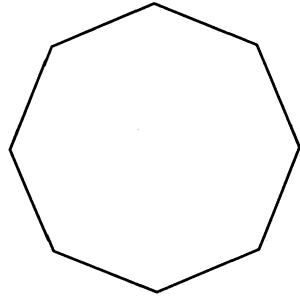
[α-7] 集合と論理

- (1) 2つの集合 $A = \{x \mid x \text{ は } 8 \text{ の正の約数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 8 \text{ 以下の正の偶数}\}$ について, 集合 $A \cup B$ を要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 40 以下の正の整数のうち, 2 の倍数または 3 の倍数である数の個数を求めよ。
- (3) 全体集合を $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ とし, その部分集合を $A = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の約数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 5 \text{ 以下の整数}\}$ とする。集合 $\overline{A \cap B}$ を要素を書き並べる方法で表せ。ただし, $\overline{A \cap B}$ は $A \cap B$ の補集合である。
- (4) 次の に適するものを, 下の(ア)~(エ)の中から選び, 記号で答えよ。
ただし, x は実数とする。
「 $x^2 = 2x$ は, $x = 2$ であるための 。」
- (ア) 必要条件であるが, 十分条件ではない
(イ) 十分条件であるが, 必要条件ではない
(ウ) 必要十分条件である
(エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (5) a, b が実数のとき, 次の命題の対偶を述べよ。また, その対偶の真偽を答えよ。
「 $ab \geq 0$ ならば, $a \leq 0$ または $b \geq 0$ である。」

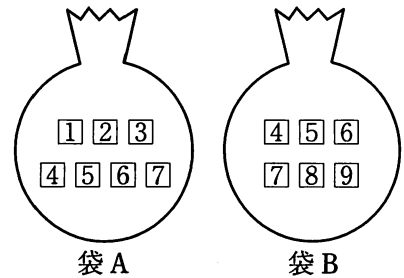
[α-8]

場合の数と確率

- (1) ${}_7P_3$ の値を求めよ。
- (2) A, B, C, D, E の 5 人の中から走る順番を考えて、4 人のリレーの走者を選ぶ方法は何通りあるか。ただし、第 4 走者は、D に決定しているものとする。
- (3) 正八角形の対角線は何本あるか。



- (4) 大小 2 個のさいころを同時に投げるとき、出る目の和が 9 以下になる確率を求めよ。
- (5) 1 から 7 までの整数が 1 つずつ書かれたカード 7 枚の入った袋 A と、4 から 9 までの整数が 1 つずつ書かれたカード 6 枚の入った袋 B がある。それぞれの袋から 1 枚ずつカードを取り出すとき、2 枚とも偶数である確率を求めよ。



[α-9]

数と式・方程式と不等式

- (1) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \sqrt{8}$ を計算せよ。
- (2) 2 次方程式 $x^2 + 2x - 24 = 0$ を解け。
- (3) 不等式 $\frac{5}{6}x - \frac{3}{2} < \frac{4}{3}x$ を解け。
- (4) $(x+2)^3$ を展開せよ。
- (5) a を 7 倍して 4 を引いた数が、 a を 5 倍して 9 を加えた数より小さいとき、このような a の中で、最も大きい整数を求めよ。

[$\alpha-10$] **2 次 関 数**

- (1) 関数 $f(x) = 2x^2 + 8x - 5$ において $f(2)$ の値を求めよ。
- (2) 2次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に 4, y 軸方向に 3 だけ平行移動したグラフを表す 2次関数を求めよ。
- (3) 2次関数 $y = x^2 - 6x$ を $y = (x-p)^2 + q$ の形に変形せよ。ただし, p, q は定数とする。
- (4) 2次関数 $y = a(x+1)^2 - 8$ のグラフが点 $(1, 0)$ を通るとき, 定数 a の値を求めよ。
- (5) 2次関数 $y = x^2 + mx + 1$ のグラフが x 軸と接するとき, 定数 m の値を求めよ。

[$\alpha-11$] **図 形 と 計 量** (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量を除く)

- (1) $\tan 60^\circ$ の値を求めよ。
- (2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき, 等式 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす角 θ の値を求めよ。
- (3) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ のとき, $\sin \theta = \sin 130^\circ$ を満たす角 θ の値を求めよ。
- (4) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で $\cos \theta = \frac{3}{4}$ のとき, $\sin \theta$ の値を求めよ。
- (5) $\sin \theta = \frac{5}{13}$, $\cos \theta = -\frac{12}{13}$ のとき, $\tan \theta$ の値を求めよ。