

平成 23 年 11 月 実施

神奈川県高等学校教科研究会 数学部会 編

高 3 学 力 テ ス ト (数 学)

(無断転載を禁じます)

第 学年 組 番	氏 名	
----------	-----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、学校で指定された問題を解答しなさい。

解 答 上 の 注 意 事 項

- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

高3学カテスト(数学)

共通問題

[1] xy 平面上に3点 $O(0, 0)$, $A(t, 0)$, $B(1, 2\sqrt{2})$ があるとき, 次の問いに答えよ。
ただし, $t > 0$ とする。

- (1) $\angle BOA$ の二等分線と線分 AB の交点 C の座標を求めよ。
- (2) $\angle BOA$ の二等分線と $\angle OAB$ の二等分線の交点を P とするとき, P の座標を t を用いて表せ。
- (3) t を限りなく大きくしていくとき, 点 P はどのような点に近づくか, その座標を求めよ。

[2] 側面の展開図が半径3の扇形で与えられる直円錐を考える。この直円錐の底面の半径を x , 体積を V とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) V の最大値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。
- (2) 円錐の側面積と底面積の和を S とし, $Q = \frac{V^2}{S^3}$ とする。 Q の最大値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。

[3] 曲線 $y = e^{x-1}$, 直線 $y = x$ および y 軸で囲まれた領域を D とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 領域 D の面積 S を求めよ。
- (2) 領域 D を x 軸の周りに回転してできる立体の体積 V_1 を求めよ。
- (3) 領域 D を y 軸の周りに回転してできる立体の体積 V_2 を求めよ。

選択問題

[4] 行列 $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) A^2, A^3 を求めよ。
- (2) n が自然数のとき、 $E + A + A^2 + \dots + A^{2011}$ を求めよ。
ただし、 E は単位行列とする。

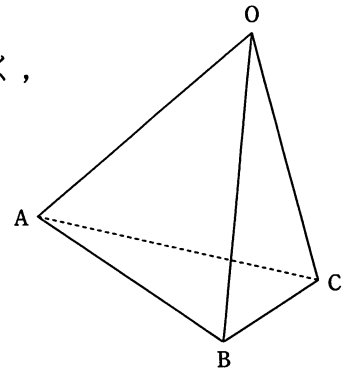
[5] 次の問いに答えよ。

- (1) k を正の定数とする。方程式 $\sin k \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 0$ が $0 \leq x \leq \pi$ の範囲に異なる 4 つの実数解をもつような k の値の範囲は、 $\boxed{\text{ア}} \leq k < \boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ に適する値を求めよ。
- (2) 関数 $y = (9^x + 9^{-x}) - 2(3^x + 3^{-x})$ の最小値と、そのときの x の値を求めよ。

[6] 右の図のような四面体 $OABC$ がある。

\overrightarrow{OA} と \overrightarrow{BC} は垂直であり、 $\triangle OAB$ の面積と $\triangle OAC$ の面積が等しく、
 $|\overrightarrow{OB}| = 2$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $|\overrightarrow{OC}|$ の値を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の重心を G とするとき、内積 $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{BC}$ の値を求めよ。
- (3) \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OC} 、 \overrightarrow{OB} と \overrightarrow{OC} がともに垂直で、 $|\overrightarrow{OA}| = 2\sqrt{2}$ 、
 $|\overrightarrow{OG}| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ であるとき、 $\angle AOB$ の大きさを求めよ。



[7] 次の問いに答えよ。

- (1) 等式 $3x^2 - 2xy + 2y^2 = 40$ を満たす自然数の組 (x, y) をすべて求めよ。
- (2) x の 2 次方程式 $x^2 - 2nx + n + 2 = 0$ が、整数解をもつように定数 n の値を定めよ。