



平成 23 年 11 月 11 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta-1]$ 、 $[\beta-2]$ の2群のうち、学校で指定された1群を解答しなさい。

解答上の注意事項

- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S III β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。

- (1) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \{\log_3 x - \log_3(x-1)\}$ を求めよ。
- (2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ の和を求めよ。
- (3) 関数 $f(x) = 2x \sin 2x$ について、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ における接線の方程式を求めよ。
- (4) 関数 $y = x + \frac{a}{x}$ ($a > 0$) の極小値が 6 となるように、定数 a の値を定めよ。
- (5) 定積分 $\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4}$ を求めよ。
- (6) 等式 $f(x) = x + \int_0^1 f(t) e^t dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。
- (7) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ について、 A^n を求めよ。ただし、 n は自然数とする。
- (8) 2つの行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ k & 2 \end{pmatrix}$ が $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ を満たすとき、定数 k の値を求めよ。
- (9) 点 P から点 F(1, 0) と直線 $l: x = -2$ までの距離の比が 1:2 であるとき、点 P の軌跡は楕円となる。その楕円の長軸の長さを求めよ。
- (10) 2直線 $y = 2x$, $y = -2x$ を漸近線とし、点 $(4, 2\sqrt{7})$ を通る双曲線の方程式を求めよ。

β 選択問題

[β-1], [β-2] の 2 群のうち, 学校で指定された 1 群を解答すること。

[β-1]

- (1) 2つの関数 $f(x)$, $g(x)$ に関して,

$$f(x) + \int_0^x g(t) dt = x^3 + x + 1 \cdots \textcircled{1}, f'(x) = g(x) + x + 1 \cdots \textcircled{2}$$

が成り立つとする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (i) $f(0)$ の値を求めよ。
(ii) $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を満たす $f(x)$, $g(x)$ を求めよ。(途中経過を書け)

- (2) 3点 $A(0, 1, -1)$, $B(1, 3, -2)$, $C(4, 3, 1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ において, 次の問いに答えよ。

- (i) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。
(ii) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。(途中経過を書け)

[β-2]

- (1) 関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ について, 次の問いに答えよ。

- (i) 関数 $f(x)$ を微分せよ。
(ii) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, 関数 $f(x)$ の最大値を求めよ。(途中経過を書け)

- (2) 曲線 $y = \tan x$, 直線 $x = \frac{\pi}{4}$ および x 軸で囲まれる部分を S とし, 次の問いに答えよ。

- (i) 関数 $f(x) = \tan x - x$ を微分し, その結果を $\tan x$ を用いて表せ。
(ii) S を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。
(途中経過を書け)