SI β (ベータ)

平成 23 年 11 月 11 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数　学　学　力　テ　ス　ト

（時間50分）

第　　学年　　組　　番	氏名

注　意　事　項

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い，答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については，[β－1]から[β－8]までの8群のうちから，学校で指定された2群を解答しなさい。

解答上の注意事項

・答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

・答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

S　I　β　学　力　テ　ス　ト

β 共通問題　次の問いに答えよ。

(1)　$(x^2+x-1)(x^2-x+1)$ を展開せよ。

(2)　$2x^2+9xy-5y^2$ を因数分解せよ。

(3)　$(1+\sqrt{3})^3-(1-\sqrt{3})^3$ を計算せよ。

(4)　2 次方程式 $6x^2-2x-3=0$ を解け。

(5)　$1<a<4$ のとき，$|a-1|+|a-4|$ を簡単にせよ。

(6)　$x=\dfrac{3+\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}$，$y=\dfrac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}$ のとき，$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}$ の値を求めよ。

(7)　x の 2 次方程式 $x^2+m^2x+m-3=0$ の解の 1 つが 1 であるとき，定数 m の値と他の解を求めよ。(途中経過を書け)

(8)　不等式 $5-x\leqq 4x\leqq 2x+a$ を満たす整数 x がちょうど 2 個存在するように，定数 a の値を定めよ。(途中経過を書け)

β 選択問題　[β－1]から[β－8]までの8群のうち，学校で指定された2群を解答すること。

[β－1] 2 次 関 数

(1) 2次関数 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3$ のグラフをかけ。

(2) 2次関数 $y=x^2-8x+9$ $(2\leqq x\leqq 5)$ の値域を求めよ。

(3) 2次不等式 $3x^2+11x-4<0$ を解け。

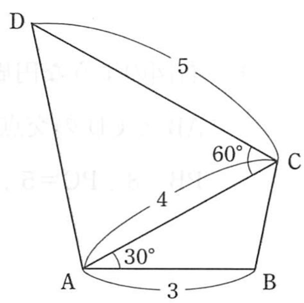
(4) 2次関数 $y=2x^2-4x+1$ のグラフを x 軸方向に2，y 軸方向に3だけ平行移動したグラフを表す2次関数を求めよ。

(5) x 軸と2点 $(3\ ,\ 0)$，$(-1\ ,\ 0)$ で交わり，y 軸と点 $(0\ ,\ -6)$ で交わる放物線の方程式を求めよ。

[β－2] 図 形 と 計 量

(1) $\cos\theta=-\frac{2}{3}$ のとき，$\sin\theta$ の値を求めよ。ただし，$0°\leqq\theta\leqq 180°$ とする。

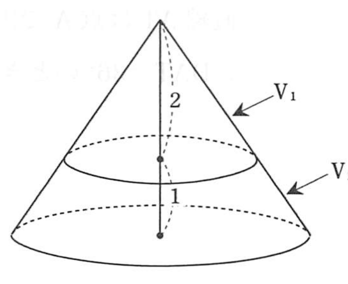
(2) 右図のような四辺形ABCDにおいて，
AB＝3，AC＝4，CD＝5，∠BAC＝30°，
∠ACD＝60° のとき，四角形ABCDの面積を求めよ。



(3) △ABCにおいて，AB＝5，BC＝9，CA＝8のとき，$\cos A$ の値を求めよ。

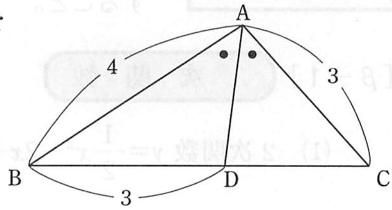
(4) △ABCにおいて，BC＝2，$B=75°$，$C=45°$ のとき，ABの長さを求めよ。

(5) 右図のように，円錐(すい)を底面に平行な平面で高さの比が2：1であるように2つの部分に分けるとき，2つの部分の体積比 $V_1:V_2$ を最も簡単な整数比で表わせ。

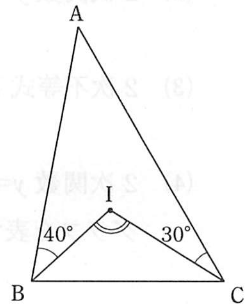


[β－3] 平 面 図 形

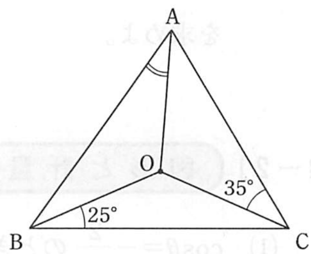
(1) 右図の△ABC の∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。AB＝4，AC＝3，BD＝3 のとき，DC の長さを求めよ。



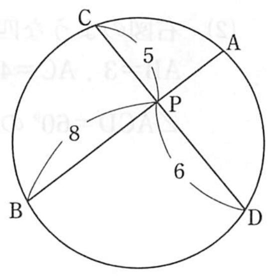
(2) 右図の点 I は△ABC の内心である。∠ABI＝40°，∠ACI＝30° であるとき，∠BIC の大きさを求めよ。



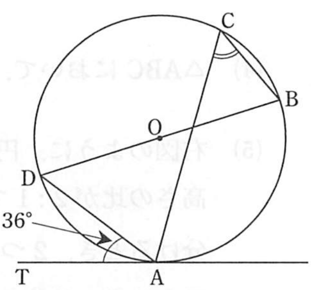
(3) 右図の点 O は△ABC の外心である。∠OBC＝25°，∠OCA＝35° であるとき，∠OAB の大きさを求めよ。



(4) 右図のような円周上の 4 点 A，B，C，D において，AB と CD の交点を P とする。PB＝8，PC＝5，PD＝6 のとき，PA の長さを求めよ。



(5) 右図のように，点 B，C，D が円 O 上にあり，直線 AT は点 A で円 O に接している。∠DAT＝36° のとき，∠ACB の大きさを求めよ。



[β－4] 論理と集合

(1) 全体集合を $U=\{x|x$ は 10 以下の自然数$\}$とし，その部分集合 $A=\{2,4,6,8\}$，$B=\{3,6,9\}$とする。このとき，$\overline{A}\cap B$を要素を書き並べる方法で表せ。

(2) 40 人のクラスで，電車を使って通学している生徒が 15 人，バスを使って通学している生徒が 10 人，電車もバスも使って通学している生徒が 7 人いる。電車もバスも使わないで通学している生徒は何人か。

(3) 次の $\boxed{}$ に適するものを，下の(ア)〜(エ)の中から選び，記号で答えよ。ただし，x，y は実数とする。

「$x+y\sqrt{2}=0$ は $x=y=0$ であるための $\boxed{}$」

(ア) 必要条件であるが，十分条件ではない

(イ) 十分条件であるが，必要条件ではない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

(4) 次の命題の真偽を判定し，偽の場合は反例を 1 つあげよ。ただし，x，y は実数とする。

「$x \geqq y$ ならば，$5x \geqq 3y$ である」

(5) 次の命題の対偶を述べよ。また，その対偶の真偽を判定せよ。ただし，x，y は実数とする。

「$x+y<2$ ならば，$x<1$ または $y<1$ である」

[β−5] 場合の数と確率

(1) $(a+b+c+d)(p+q+r)$ を展開したとき，項は何個できるか。

(2) 7人の生徒全員が手をつないで1つの輪を作るとき，その方法は何通りあるか。

(3) 5個の数字 0，1，2，3，4 から，異なる3個を並べて3桁（けた）の整数を作るとき，偶数は何個できるか。

(4) 当たりくじが3本入っている10本のくじがある。この中から2本のくじを同時に引くとき，少なくとも1本は当たる確率を求めよ。

(5) 大中小3個のさいころを同時に投げるとき，すべて異なる目が出る確率を求めよ。

[β−6] 2 次 関 数 (2次不等式を除く)

(1) 2次関数 $y=-2x^2+8x+1$ のグラフについて，頂点の座標を求めよ。

(2) 2次関数 $y=2x^2+x+m$ のグラフが x 軸と共有点をもつように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(3) $x=1$ のとき最大値5をとり，そのグラフが点$(4, -4)$を通る2次関数を求めよ。

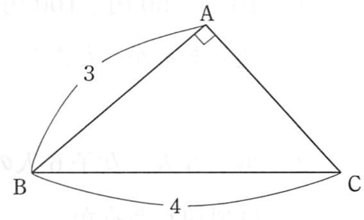
(4) 2次関数 $y=x^2-x+m$ $(-2\leqq x\leqq 2)$ の最大値が11であるように，定数 m の値を定めよ。

(5) 放物線 $y=2x^2$ を平行移動したグラフが，2点$(-1, 2)$，$(2, 5)$を通るとき，その放物線の方程式を求めよ。

[β－7] **図形と計量**（正弦定理，余弦定理，図形の計量を除く）

(1) $A=90^\circ$ の直角三角形ABCにおいて，

AB$=3$，BC$=4$ とするとき，$\cos C$ の値を求めよ。

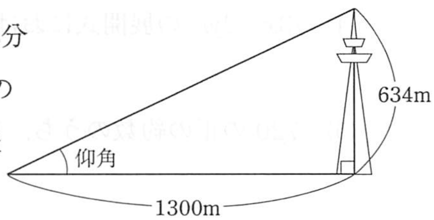


(2) $\sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$ の値を求めよ。

(3) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，等式 $2\cos\theta + 1 = 0$ を満たす角 θ を求めよ。

(4) 等式 $2\sin\theta = 3\cos\theta$ が成り立つとき，$\tan\theta$ の値を求めよ。ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。

(5) 高さ634mのスカイツリーの中心（塔の先端部分の真下）から1300m離れた場所で，A君が塔の先端部分を見た仰角を求めよ。下の三角比の表を用い，最も近い整数値で答えよ。



ただし，A君の場所とスカイツリーの海抜は同じとし，A君の目の高さは考えないものとする。

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
10°	0.1736	0.9848	0.1763
11°	0.1908	0.9816	0.1944
12°	0.2079	0.9781	0.2126
13°	0.2250	0.9744	0.2309
14°	0.2419	0.9703	0.2493
15°	0.2588	0.9659	0.2679
16°	0.2756	0.9613	0.2867
17°	0.2924	0.9563	0.3057
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443

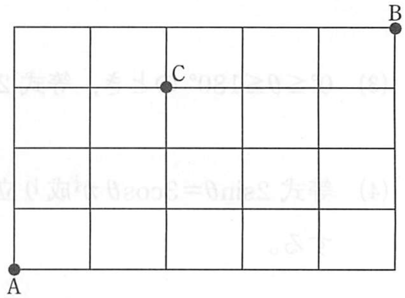
θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
20°	0.3420	0.9397	0.3640
21°	0.3584	0.9336	0.3839
22°	0.3746	0.9272	0.4040
23°	0.3907	0.9205	0.4245
24°	0.4067	0.9135	0.4452
25°	0.4226	0.9063	0.4663
26°	0.4384	0.8988	0.4877
27°	0.4540	0.8910	0.5095
28°	0.4695	0.8829	0.5317
29°	0.4848	0.8746	0.5543

[β－8] **場合の数と確率** (確率を除く)

(1) 10円，50円，100円の3種類の硬貨を使って，ちょうど210円を支払う方法は何通りあるか。ただし，1枚も使わない硬貨があってもよいものとする。

(2) 男子5人，女子6人の計11人の中から，男子3人，女子2人の計5人を選ぶ方法は何通りあるか。

(3) 右図のような道がある。A地点からB地点まで，C地点を通らずに行く最短の経路は何通りあるか。



(4) $(3x-2y)^5$ の展開式における x^2y^3 の係数を求めよ。

(5) 720の正の約数のうち，12の倍数であるものは全部で何個あるか。