



平成 22 年 4 月 13 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta - 1]$ から $[\beta - 7]$ までの7群のうちから、学校で指定された2群を解答しなさい。

解答上の注意事項

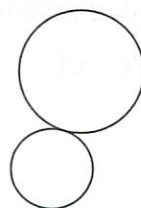
- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S II β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。(ここで使用している i は虚数単位とする)

- (1) 整式 $P(x)$ を x^2-4 で割ったときの余りが $3x-1$ であるとき, $P(2)$ の値を求めよ。
- (2) 2直線 $3x+y-12=0$, $2x-y+2=0$ の交点を通り, 直線 $y=-\frac{1}{3}x$ に垂直な直線の方程式を求めよ。
- (3) 2円 $(x-4)^2+(y-5)^2=36$, $(x+8)^2+y^2=r^2$ が図のように互いに外接するとき, 正の定数 r を求めよ。



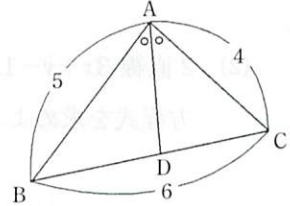
- (4) $\sin\theta=\frac{1}{3}$ のとき, $\sin 2\theta$ の値を求めよ。ただし, θ は第2象限の角とする。
- (5) $0\leq\theta<2\pi$ のとき, 不等式 $2\cos^2\theta+5\cos\theta-3<0$ を解け。
- (6) $\log_3 8 \times \log_2 81$ を計算せよ。
- (7) 放物線 $y=2x^2-4x+3$ 上の点 (a, b) における接線の方程式が $y=4x-5$ であった。このとき, a, b の値を求めよ。
- (8) 定積分 $\int_{-2}^0 (x^2+2x-2)dx - \int_2^0 (x^2+2x-2)dx$ の値を求めよ。
- (9) 方程式 $2^{2x}-7\times 2^x-8=0$ について, 次の問いに答えよ。
 (ア) $2^x=t$ とおいて得られる t の方程式を作れ。
 (イ) 与えられた x の方程式を解け。(途中経過を書け)
- (10) $\alpha=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ のとき, 次の問いに答えよ。(途中経過を書け)
 (ア) α^2 と α^3 の値を求めよ。
 (イ) $\alpha^5+\alpha^4+\alpha^3+\alpha^2+\alpha+1$ の値を求めよ。

β 選択問題

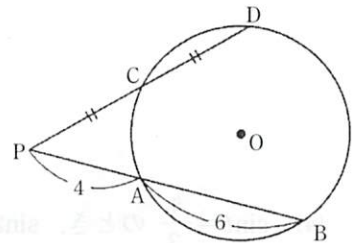
[$\beta-1$] から [$\beta-7$] までの7群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

[$\beta-1$] **平面図形**

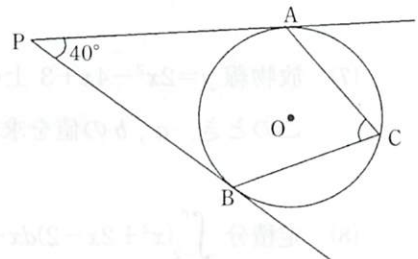
- (1) $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の2等分線と辺 BC との交点を D とする。 $AB=5$, $BC=6$, $CA=4$ のとき、線分 CD の長さを求めよ。



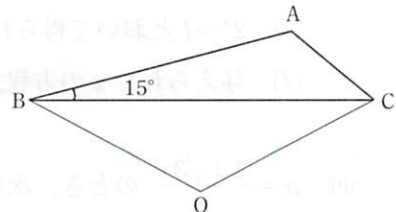
- (2) 点 P を通る2直線が円 O とそれぞれ2点 A, B と2点 C, D で交わる。 $PA=4$, $AB=6$, $PC=CD$ のとき、線分 CD の長さを求めよ。



- (3) 点 P を通る2直線が円 O と2点 A, B で接する。下図のように、円周上の点を C とし、 $\angle APB=40^\circ$ のとき、 $\angle ACB$ の大きさを求めよ。



- (4) $\triangle ABC$ の外心を O とする。 $\angle ABC=15^\circ$ のとき、 $\angle ACO$ の大きさを求めよ。



[β-2] 集合と論理

(1) $U = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の正の整数}\}$ を全体集合とし、その部分集合 A, B を $A = \{x \mid x \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$ とするとき、集合 $\overline{A} \cap B$ を要素を書き並べる方法で表せ。

(2) 2桁^{けた}の自然数のうち、4でも9でも割り切れない数は何個あるか。

(3) 次の に適するものを、下の(ア)~(エ)の中から選び記号で答えよ。

「実数 a, b, c について、 $ac = bc$ は $a = b$ であるための 。」

- (ア) 必要条件であるが、十分条件ではない
- (イ) 十分条件であるが、必要条件ではない
- (ウ) 必要十分条件である
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない

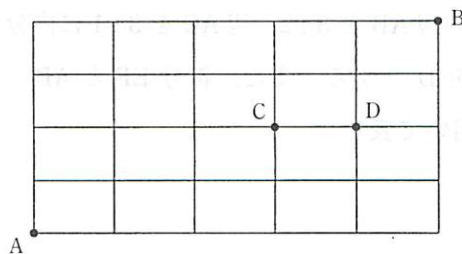
(4) 次の命題の真偽を判定し、偽の場合は反例を1つあげよ。

「実数 a, b について、 $a + b > 2$ かつ $ab > 1$ ならば、 $a > 1$ かつ $b > 1$ 」

[β-3] 場合の数と確率

(1) 5個の数字1, 2, 3, 4, 5の中から異なる数字を使って3桁^{けた}の整数をつくる時、偶数はいくつできるか。

(2) 下図のような道がある。A地点からCとDを通りB地点まで最短距離で行く経路は何通りあるか。



(3) 10本のくじがあり、そのうち3本が当たりくじである。この中から同時に3本引くとき、少なくとも1本当たる確率を求めよ。

(4) さいころを5回投げるとき、3の倍数の目がちょうど3回出る確率を求めよ。

[β-4] 数 列

問題 3 解答 [β-4]

- (1) 初項が 4, 第 4 項が 108 である等比数列 $\{a_n\}$ の公比を求めよ。
- (2) 数列 9, 99, 999, 9999, 99999, …… の一般項 a_n を求めよ。
- (3) 等差数列 $\{a_n\}$ において, 初項から第 n 項までの和を S_n とする。
 $S_5=55, S_6=78, S_7=105$
 が成り立つとき, 数列 $\{a_n\}$ の公差を求めよ。
- (4) $a_1=1, a_{n+1}=5a_n+4 (n=1, 2, 3, \dots)$ で定義された数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

[β-5] ベ ク ト ル

- (1) $|\vec{a}|=|\vec{b}|=2, |3\vec{a}-2\vec{b}|=4$ のとき, \vec{a} と \vec{b} の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- (2) 2 点 A, B の位置ベクトルをそれぞれ \vec{a}, \vec{b} とする。このとき, 点 B に関して点 A と対称な点 C の位置ベクトル \vec{c} を \vec{a}, \vec{b} で表せ。
- (3) 空間において, 2 点 A(-3, 5, 1), B(1, -3, 7) を直径の両端とする球面の方程式を求めよ。
- (4) $\triangle ABC$ の辺 AB を 3:2, 辺 AC を 3:1 に内分する点をそれぞれ E, F とし, 辺 BC の中点を D とする。また, 線分 EF と AD の交点を P とするとき, \overrightarrow{AP} を $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。



[β-6] 数学Ⅱ ①

- (1) 等式 $(2+k)x+(2k-3)y+5-k=0$ が、 k についての恒等式になるように、実数 x, y の値を定めよ。
- (2) $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$ のとき、 $\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}$ の値を求めよ。
- (3) 等式 $\int_0^1(3x^2+2a^2x+a)dx=3$ が成り立つように定数 a の値を定めよ。
- (4) 円 $x^2+y^2=4$ と直線 $x+y-2=0$ の共有点を A, B とする。原点 O と A, B の3点を通る円の方程式を求めよ。

[β-7] 数学Ⅱ ①

- (1) $\frac{x+3}{x+1}-\frac{x+7}{x+5}$ を計算せよ。
- (2) $\log_{10}25$ の値を求めよ。ただし、 $\log_{10}2=0.301$ とする。
- (3) 次の連立不等式が表す領域の面積を求めよ。

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ x^2+y^2 \leq 4 \end{cases}$$
- (4) 曲線 $y=x^3+3x^2$ 上の各点における接線の傾きの最小値を求めよ。