



平成 22 年 11 月 12 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta-1]$ 、 $[\beta-2]$ の2群のうち、学校で指定された1群を解答しなさい。

解答上の注意事項

- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S III β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。

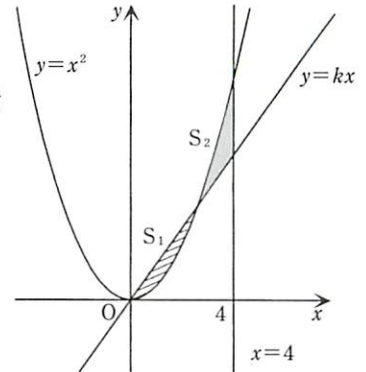
- (1) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x + 1} - x)$ を求めよ。
- (2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{6^n}$ の和を求めよ。
- (3) 曲線 $y = x + \log x$ に接し、原点を通る直線の方程式を求めよ。
- (4) 関数 $f(x) = x + \frac{1}{x} + k$ の極大値が 0 となるとき、定数 k の値を求めよ。
- (5) 不定積分 $\int x \sin 2x \, dx$ を求めよ。
- (6) 等式 $f(x) = \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \, dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。
- (7) 2つの正方行列 A, B が $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$, $A - B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ を満たすとき、 $A^2 - B^2$ を求めよ。
- (8) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ のとき、 $A^3 - A^2 - A + 3E$ を求めよ。
- (9) 双曲線 $x^2 - y^2 - 4x - 2y + 2 = 0$ の漸近線の方程式を求めよ。
- (10) 直線 $2x - y - 1 = 0$ と楕円 $4x^2 + y^2 = 4$ の交点を A, B とするとき、線分 AB の中点の座標を求めよ。

β 選択問題

[$\beta-1$], [$\beta-2$] の2群のうち, 学校で指定された1群を解答すること。

[$\beta-1$]

- (1) k は, $0 < k < 4$ を満たす定数とする。右図のように, 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=kx$ とで囲まれた部分の面積を S_1 , 放物線 $y=x^2$ と2直線 $y=kx$, $x=4$ とで囲まれた部分の面積を S_2 とする。次の各問いに答えよ。



- (i) S_1 の値を k を用いて表せ。
 (ii) $S_1=S_2$ となるように k の値を定めよ。
 (途中経過を書け)

- (2) 原点 O を中心とする半径1の円周上を動く点 $P(\cos\theta, \sin\theta)$ を考える。ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。(途中経過を書け)
- (i) 2点 $A(1, 1)$, $B(2, 0)$ に対して, 内積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ を θ を用いて表せ。
 (ii) $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ の最大値を求めよ。

[$\beta-2$]

- (1) 関数 $f(x)=x+\sin x+\cos x$ について, 次の各問いに答えよ。
- (i) 関数 $f(x)$ を微分せよ。
 (ii) $0 \leq x < 2\pi$ の範囲で関数 $f(x)$ の極値を求めよ。
 また, そのときの x の値を求めよ。(途中経過を書け)

- (2) 2つの関数 $f(x)$, $g(x)$ に関して,

$$f'(x)g(x)=\sin x \cos x - \sin^2 x$$

$$f(x)g'(x)=\cos^2 x - \sin x \cos x$$

が成り立つとする。このとき, 次の各問いに答えよ。

ただし, $f(0)=1$, $g(0)=0$ であるとする。(途中経過を書け)

- (i) $\{f(x)g(x)\}$ を求めよ。
 (ii) $f(x)g(x)$ を求めよ。