SⅢα アルファ

平成22年11月12日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数　学　学　力　テ　ス　ト

（時間50分）

第　　学年　組　番	氏名	

注　意　事　項

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い，答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については，[α—1]，[α—2]の２群のうち，学校で指定された１群を解答しなさい。

解答上の注意事項

・答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
・答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

S Ⅲ α 学 力 テ ス ト

α 共通問題　次の問いに答えよ。

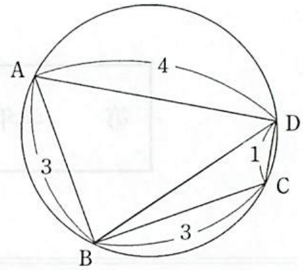
(1) $x=\sqrt{5}-2$ のとき，$x^2+\dfrac{1}{x^2}$ の値を求めよ。

(2) $(x+2y)(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)(x^2-2xy+4y^2)$ を展開せよ。

(3) 放物線 $y=x^2-4ax+1$ が x 軸から切り取る線分の長さが $2\sqrt{15}$ となるように，定数 a の値を定めよ。

(4) 方程式 $(x-1)(x-2)+2x-3=0$ の解を α，β とするとき，方程式 $(x-\alpha)(x-\beta)-2x+3=0$ を解け。

(5) 右図のように円に内接する四角形ABCDにおいて，AB＝3，BC＝3，CD＝1，DA＝4である。このとき，BDの長さを求めよ。



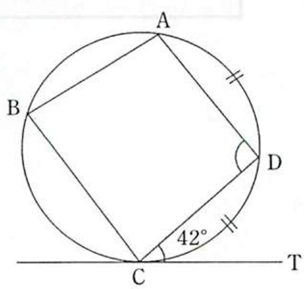
(6) $\tan\theta=-2$ のとき，$\dfrac{1}{1+\sin\theta}+\dfrac{1}{1-\sin\theta}$ の値を求めよ。

(7) 大中小3個のさいころを同時に投げて，出る目の数をそれぞれ a，b，c とする。$a>b>c$ となるのは何通りか。

(8) 1個のさいころを2回投げて出た目の数を順番に a，b としたとき，$10a+b$ が3の倍数になる確率を求めよ。

(9) 100人の生徒に数学の問題を3題解かせたところ，問題Ⅰの正解者は74人，問題Ⅱの正解者は55人，問題Ⅲの正解者は47人，問題ⅠとⅡの正解者は43人，問題ⅡとⅢの正解者は32人，問題ⅠとⅢの正解者は39人であった。また，3題とも不正解の生徒は11人であった。3題とも正解した生徒は何人いるか求めよ。

(10) 右図のように四角形ABCDが円に内接しており，直線CTが点Cで円に接している。$\angle$DCT＝42°，$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}=\overset{\frown}{\mathrm{DA}}$ のとき，$\angle$ADCの大きさを求めよ。



α 選択問題　[α−1]，[α−2] の２群のうち，学校で指定された１群を解答すること。

[α−1]

(1) ２次関数 $y=-2x^2$ のグラフを平行移動したもので，２点 $(-1\ ,\ 8)$，$(2\ ,\ 8)$ を通る放物線をグラフとする２次関数を求めよ。

(2) ２次方程式 $(k+8)x^2-6x+k=0$ が異なる２つの実数解をもつように，最小の整数 k の値を求めよ。

(3) 男子５人，女子３人が１列に並ぶとき，男子５人が続いて並ぶような並び方は，何通りあるか。

(4) １個のさいころを３回続けて投げるとき，出る目の最小値が４である確率を求めよ。

(5) $(2a+3b+c)^4$ の展開式における ab^2c の項の係数を求めよ。

(6) ２つの不等式 $|x-2|\leqq 7$ … ①　$|x-k|\leqq 3$ … ②について，次の問いに答えよ。

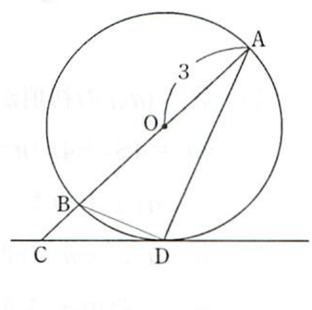
(i) 不等式①を解け。

(ii) 不等式②を満たすすべての x が，不等式①を満たすように，定数 k の値の範囲を定めよ。(途中経過を書け)

(7) 右図のように，AB を直径とする半径３の円 O があり，円周上の点 D における円 O の接線と AB の延長との交点を C とする。BC:CD＝1:2 であるとき，次の各問いに答えよ。(途中経過を書け)

(i) BC の長さを求めよ。

(ii) △OBD の面積を求めよ。



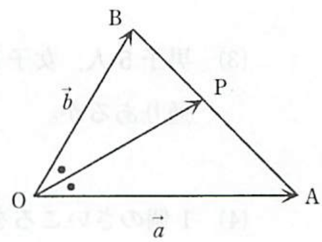
[α—2]

(1) 方程式 $4^x-2^{x+1}-8=0$ を解け。

(2) 直線 $x+y-1=0$ が，円 $x^2+y^2=4$ によって切り取られてできる線分の長さを求めよ。

(3) 3点A(2，3，6)，B(8，1，8)，C(−1，a，b)が同一直線上にあるように，定数 a，b の値を定めよ。

(4) 右図のような△OABにおいて，∠AOBの二等分線と辺ABとの交点をPとし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。$|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=3$ のとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

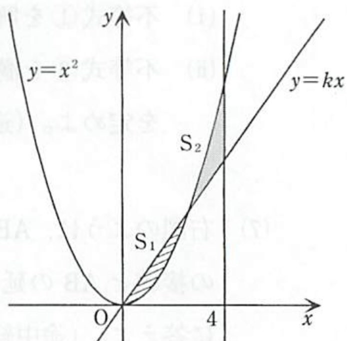


(5) △ABCと同一平面上に点Pがあり，$2\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ を満たす。直線APと直線BCの交点をDとするとき，BD:DCを最も簡単な整数の比で表せ。

(6) k は，$0<k<4$ を満たす定数とする。右図のように，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=kx$ とで囲まれた部分の面積を S_1，放物線 $y=x^2$ と2直線 $y=kx$，$x=4$ とで囲まれた部分の面積を S_2 とする。次の各問いに答えよ。

(i) S_1 の値を k を用いて表せ。

(ii) $S_1=S_2$ となるように k の値を定めよ。
(途中経過を書け)



(7) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。
$5a_n=4S_n+4n$ ($n=1，2，3，\cdots$)のとき，次の各問いに答えよ。

(i) a_1 を求めよ。

(ii) a_{n+1} を a_n の式で表せ。(途中経過を書け)

(iii) 一般項 a_n を求めよ。(途中経過を書け)