



平成 22 年 11 月 12 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

# 数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

## 注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4.  $[\alpha - 1]$  から  $[\alpha - 16]$  までの 16 群のうちから、学校で指定された 4 群を解答しなさい。

# S II $\alpha$ 学 力 テ ス ト

[ $\alpha - 1$ ] **式と証明・高次方程式** (この選択群で使用している  $i$  は虚数単位とする)

- (1)  $\frac{x(x-2)}{x^2+x-6}$  を簡単にせよ。
- (2) 2 次方程式  $x^2+3x+3=0$  を解け。
- (3)  $\frac{3+i}{2-i}$  を計算して,  $a+bi$  の形で表せ。ただし,  $a, b$  は実数とする。
- (4) 2 次方程式  $x^2-2x+3=0$  の 2 つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき,  $\alpha+\beta+\alpha\beta$  の値を求めよ。
- (5) 3 次方程式  $x^3-5x^2-x+5=0$  を解け。

[ $\alpha - 2$ ] **図形と方程式**

- (1) 2 点  $A(3, 4), B(-1, 1)$  間の距離  $AB$  を求めよ。
- (2) 2 点  $(2, 1), (4, -3)$  を通る直線の方程式を求めよ。
- (3) 点  $(2, 2)$  を中心とし,  $x$  軸に接する円の方程式を求めよ。
- (4) 方程式  $x^2+y^2+4x-6y-12=0$  は円を表す。この円の中心の座標と半径を求めよ。
- (5) 2 点  $A(2, 0), B(0, 4)$  に対して,  $AP=BP$  を満たす点  $P$  の軌跡の方程式を求めよ。

[ $\alpha-3$ ] 三角関数

- (1) 弧度法で  $\frac{3}{4}\pi$  と表される角を度数法で表せ。
- (2)  $\sin 225^\circ$  の値を求めよ。
- (3) 半径 3, 中心角  $\frac{\pi}{3}$  である扇形の面積を求めよ。
- (4)  $\theta$  が第 3 象限の角で  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  のとき,  $\sin \theta$  の値を求めよ。
- (5) 加法定理を用いて,  $\cos 75^\circ$  の値を求めよ。

[ $\alpha-4$ ] 指数関数・対数関数

- (1)  $\sqrt[3]{64}$  の値を求めよ。
- (2) 方程式  $2^{x+1} = \frac{1}{4}$  を解け。
- (3)  $\log_{10} 30 - \log_{10} 3$  を計算せよ。
- (4)  $\log_{10} 2 = a$ ,  $\log_{10} 3 = b$  とするとき,  $\log_{10} 6$  を  $a, b$  を用いて表せ。
- (5) 方程式  $\log_3(x-2) = 1$  を解け。

[α-5]

## 微分・積分の考え

- (1) 関数  $y=x^3-3x^2+6x+1$  を微分せよ。
- (2) 関数  $f(x)=2x^2-3x+1$  において、 $x=3$  における微分係数  $f'(3)$  を求めよ。
- (3) 関数  $f(x)=2x^2+4$  において、 $x$  の値が 1 から 2 まで変化するときの平均変化率を求めよ。
- (4) 関数  $f(x)=x^3-3x$  の極小値を求めよ。
- (5) 放物線  $y=x^2$  上の点  $(2, 4)$  における接線の方程式を求めよ。

[α-6]

## 式と証明・高次方程式

(等式の証明・不等式の証明を除く)

[この選択群で使用している  $i$  は虚数単位とする]

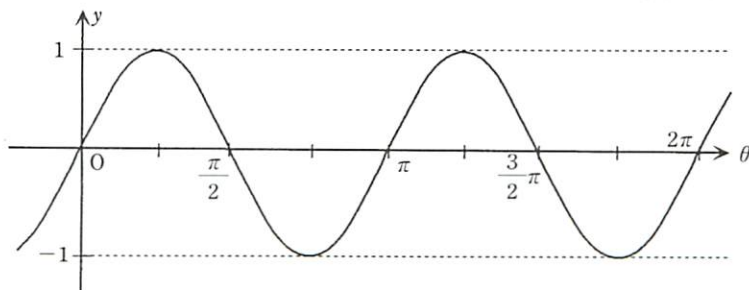
- (1)  $(2+3i)^2$  を計算せよ。
- (2)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$  を計算せよ。
- (3) 2 次方程式  $x^2+4x+2k=0$  が異なる 2 つの虚数解をもつように、定数  $k$  の値の範囲を定めよ。
- (4) 整式  $x^3+2x^2+3x+4$  を  $x+1$  で割ったときの商と余りを求めよ。
- (5) 2 次方程式  $x^2+ax+b=0$  の解の 1 つが  $x=1+i$  であるとき、実数  $a, b$  の値を求めよ。

[ $\alpha-7$ ] **図形と方程式** (軌跡と領域を除く)

- (1) 2点  $A(-2, 3)$ ,  $B(6, -1)$  を結ぶ線分  $AB$  の midpoint の座標を求めよ。
- (2) 点  $(1, 4)$  を通り、傾き  $-3$  の直線の方程式を求めよ。
- (3) 点  $(-1, 2)$  を通り、直線  $y = -\frac{1}{2}x + 4$  に垂直な直線の方程式を求めよ。
- (4) 円  $x^2 + y^2 = 2$  と直線  $y = -x + 2$  の共有点の座標を求めよ。
- (5) 中心の座標が  $(3, 2)$  で点  $(1, 3)$  を通る円の方程式を求めよ。

[ $\alpha-8$ ] **三角関数** (加法定理を除く)

- (1)  $45^\circ$  を弧度法で表せ。
- (2) 半径  $12$ , 中心角  $\frac{3}{4}\pi$  である扇形の弧の長さを求めよ。
- (3)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、方程式  $\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  を解け。
- (4) 下のグラフは関数  $y = \sin 2\theta$  のグラフの一部である。この関数の周期を求めよ。  
ただし、弧度法で答えよ。



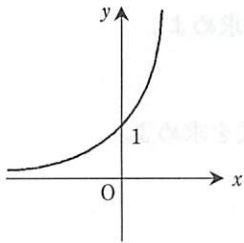
- (5)  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、 $\sin\theta \cos\theta$  の値を求めよ。

(1)  $\sqrt[4]{48} \div \sqrt[4]{3}$  を計算せよ。

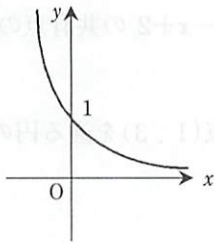
(2)  $3^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{1}{6}} \div 3^{\frac{2}{3}}$  を計算せよ。

(3)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  を示すグラフを次の(ア)~(オ)の中から選び、記号で答えよ。

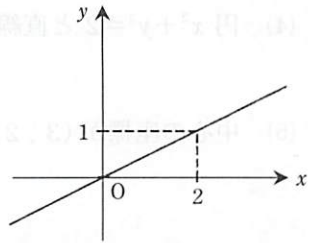
(ア)



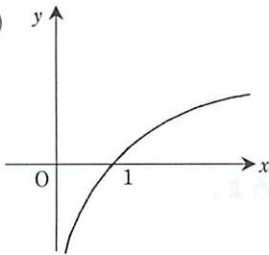
(イ)



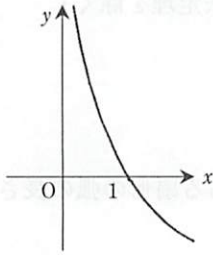
(ウ)



(エ)



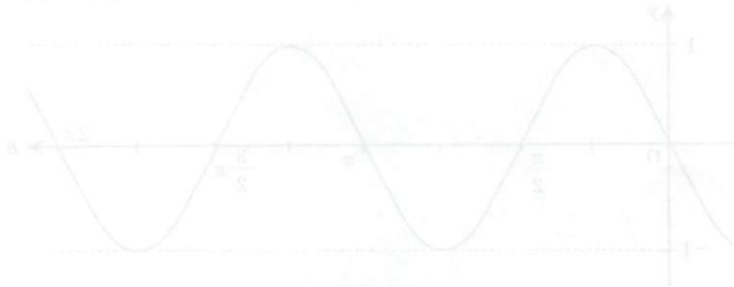
(オ)



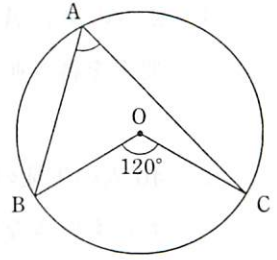
(4) 不等式  $2^x > 16$  を解け。

(5) 次の3つの数の大小を調べ、小さい順に左から並べよ。

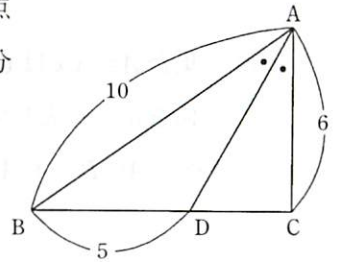
$\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{4}$ ,  $\sqrt[5]{8}$



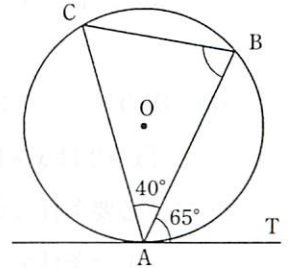
- (1) 右図のように、円Oの円周上に異なる3点A, B, Cがある。 $\angle BOC = 120^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ の大きさを求めよ。



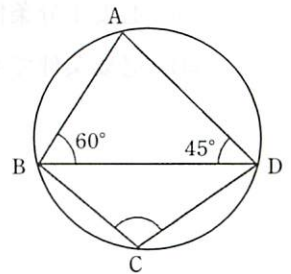
- (2) 右図のように、 $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺BCの交点をDとする。 $AB=10$ ,  $BD=5$ ,  $CA=6$ のとき、線分DCの長さを求めよ。



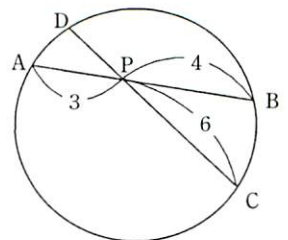
- (3) 右図のように、直線ATが点Aで円Oに接している。 $\angle BAT = 65^\circ$ ,  $\angle CAB = 40^\circ$ のとき、 $\angle ABC$ の大きさを求めよ。



- (4) 右図のように、四角形ABCDが円に内接し、 $\angle ABD = 60^\circ$ ,  $\angle ADB = 45^\circ$ のとき、 $\angle BCD$ の大きさを求めよ。



- (5) 右図のように、4点A, B, C, Dが同一円周上にあり、円の2つの弦AB, CDが点Pで交わっている。 $PA=3$ ,  $PB=4$ ,  $PC=6$ のとき、PDの長さを求めよ。



(1) 2つの集合  $A=\{2, 3, 5, 7, 11\}$ ,  $B=\{3, 5, 7, 9, 11\}$  について, 集合  $A \cap B$  を要素を書き並べる方法で表せ。

(2) 40人の生徒のうち, 野球が好きな生徒は24人, サッカーが好きな生徒は28人, どちらも好きな生徒は15人だった。

このとき, 野球もサッカーも好きでない生徒の人数を求めよ。

(3) 集合  $A=\{x|x \text{ は } 6 \text{ の正の約数}\}$ ,  $B=\{x|x \text{ は } 6 \text{ 以下の正の整数}\}$  について  $A$  と  $B$  の関係を正しく表しているものを次の(ア), (イ), (ウ)の中から選び, 記号で答えよ。

(ア)  $A \subset B$  (イ)  $A \supset B$  (ウ)  $A = B$

(4) 命題「 $x^2=4$ ならば $x=2$ である」の真偽を答えよ。

また, 偽であるときは反例をあげよ。

(5) 次の  に適するものを, 下の(ア)~(エ)の中から選び, 記号で答えよ。

「 $x > 2$ は $x > 1$ であるための  。」

(ア) 必要条件であるが十分条件ではない

(イ) 十分条件であるが必要条件ではない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない



[ $\alpha-12$ ] **場合の数と確率**

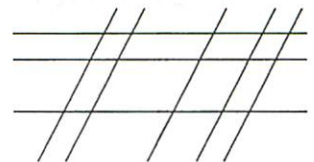
異なる方法の数 (1) (2) (3) (4) (5)

- (1)  $\boxed{0}$ ,  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$  の 3 枚のカードを全部使って 3桁の整数をつくる時、全部で何通りできるか。
- (2) 5 人の生徒の中から 3 人を選び 1 列に並べる方法は何通りあるか。
- (3) 異なる 7 冊の本の中から 3 冊の本を選ぶ組合せは何通りあるか。
- (4) 大小 2 個のさいころを同時に投げるとき、目の和が 4 になる確率を求めよ。
- (5) 赤球 5 個と白球 3 個の計 8 個の球が入った袋がある。この中から 2 個の球を同時に取り出すとき、それらが同じ色である確率を求めよ。

異なる方法の数 (1) (2) (3) (4) (5)

[ $\alpha-13$ ] **場合の数と確率** (確率を除く)

- (1)  $6!$  の値を求めよ。
- (2) 3 種類のスーツと 5 種類のワイシャツと 6 種類のネクタイの中から、それぞれ 1 種類ずつ選ぶ方法は何通りあるか。
- (3) 6 人の選手の中から走る順番を考えて、4 人の選手を選ぶ方法は何通りあるか。
- (4) 生徒 6 人が手をつなぎ輪をつくる時、その並び方は何通りあるか。
- (5) 右図のように 3 本の平行線と 5 本の平行線が交わっている。この図の中にある平行四辺形の総数を求めよ。



[α-14] 方程式と不等式

(1)  $A=4x^2-x+2$ ,  $B=x^2-3x-1$ ,  $C=5x^2-3$  のとき,  $A+B-C$  を計算せよ。

(2)  $3x^2-4xy+y^2$  を因数分解せよ。

(3) 不等式  $\frac{x-2}{3} < \frac{2x-1}{2}$  を解け。

(4)  $2\sqrt{12}-\sqrt{3}+\sqrt{27}$  を計算せよ。

(5) 2次方程式  $x^2+kx+(k-7)=0$  の解の1つが  $-2$  であるとき, 定数  $k$  の値を求めよ。

[α-15] 2次関数

(1) 放物線  $y=2x^2-x+1$  上の点で,  $x$  座標が  $-1$  のときの  $y$  座標を求めよ。

(2) 2次関数  $y=-\frac{1}{2}x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に  $1$ ,  $y$  軸方向に  $-2$  だけ平行移動したグラフを表す2次関数を, 次の(ア)~(エ)の中から1つ選び, 記号で答えよ。

(ア)  $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+2$       (イ)  $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-2$

(ウ)  $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2$       (エ)  $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2-2$

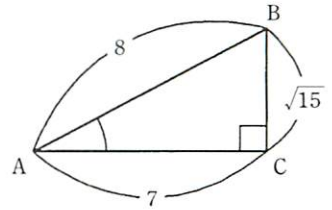
(3) 2次関数  $y=x^2+6x+2$  の最小値を求めよ。

(4) 2次関数  $y=x^2-3x+1$  のグラフと  $x$  軸との共有点の個数を求めよ。

(5) 2次不等式  $x^2-4x-12 < 0$  を解け。

[α-16] 図形と計量

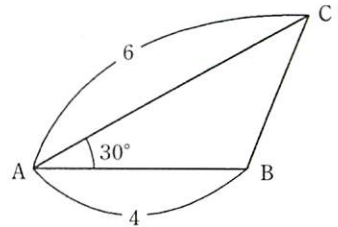
- (1) 右図の直角三角形 ABC において、 $\cos A$  の値を求めよ。



- (2)  $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ + \tan 45^\circ$  の値を求めよ。

- (3)  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき、等式  $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$  を満たす角  $\theta$  を求めよ。

- (4) 右図の  $\triangle ABC$  において、 $AB=4$ 、 $AC=6$ 、 $A=30^\circ$  のとき、 $\triangle ABC$  の面積を求めよ。



- (5) 右図の  $\triangle ABC$  において、 $AB=2\sqrt{2}$ 、 $BC=3$ 、 $B=45^\circ$  のとき、辺 AC の長さを求めよ。

