



平成 21 年 4 月 14 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta-1]$ から $[\beta-7]$ までの7群のうちから、学校で指定された2群を解答しなさい。

解答上の注意事項

- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S II β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。

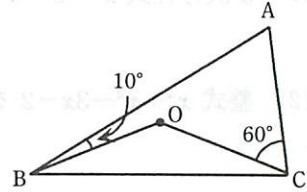
- (1) 3次方程式 $x^3 - 8 = 0$ を解け。
- (2) 整式 $x^3 + x^2 - 3x - 2$ を $x + 3$ で割ったときの余りを求めよ。
- (3) 方程式 $x^2 + y^2 + 2kx + 4y - 3 = 0$ が半径5の円を表すとき、定数 k の値を求めよ。
- (4) 3直線 $x + y = 1$, $3x - 2y = 8$, $2x - y = k + 2$ が三角形をつくらぬような定数 k の値を求めよ。
- (5) 2直線 $y = x + 2$, $y = 3x - 2$ のなす角を θ とするとき、 $\tan \theta$ の値を求めよ。
ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。
- (6) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\sin 2\theta + 4\cos \theta = 0$ を解け。
- (7) $5^x = 16$, $2^y = 5$ のとき、 xy の値を求めよ。
- (8) 定積分 $\int_0^3 |x(x-2)| dx$ を求めよ。
- (9) $\frac{1}{9} \leq x \leq 9$ のとき、関数 $y = (\log_3 x)^2 + 3(\log_3 x)$ について、次の問いに答えよ。
 - (ア) $\log_3 x = t$ とするとき、 y を t の式で表せ。また、 t のとりうる値の範囲を求めよ。
 - (イ) y の最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。(途中経過を書け)
- (10) 関数 $f(x)$ について、次の問いに答えよ。
 - (ア) 関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の定義式をかけ。
 - (イ) 関数 $f(x) = x^3 + 2$ を、導関数の定義に従って微分せよ。(途中経過を書け)

β 選択問題

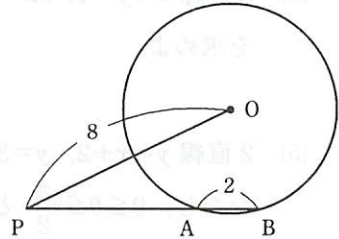
[β-1] から [β-7] までの 7 群のうち、学校で指定された 2 群を解答すること。

[β-1] **平面図形**

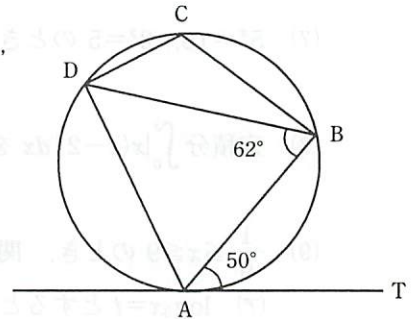
- (1) 右図において、点 O は $\triangle ABC$ の外心である。
 $\angle ABO = 10^\circ$, $\angle ACO = 60^\circ$ のとき、 $\angle OCB$ の大きさを求めよ。



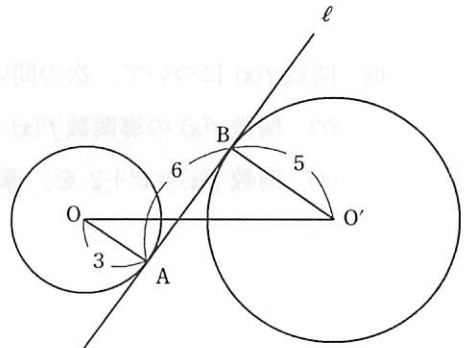
- (2) 右図は、半径 4 の円 O である。
 円外の点 P を通る直線がこの円と 2 点 A, B で交わり、点 P に近い方の点を A とする。
 $OP = 8$, $AB = 2$ のとき、 PA の長さを求めよ。



- (3) 右図のように、円と内接する四角形 $ABCD$ があり、直線 AT は点 A で円に接している。
 $\angle DBA = 62^\circ$, $\angle BAT = 50^\circ$ のとき、 $\angle DCB$ の大きさを求めよ。



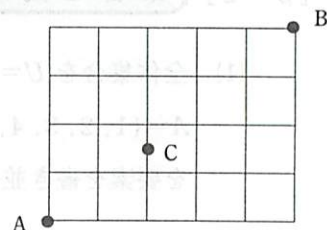
- (4) 右図において、直線 l は 2 つの円 O, O' の共通接線で、 A, B は接点である。線分 AB の長さが 6 のとき、中心間の距離 OO' の長さを求めよ。



- (1) 全体集合を $U = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の自然数}\}$ とする。 U の部分集合 A, B において、
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap \overline{B} = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$ のとき、集合 B
 を要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 1 から 30 までの自然数の集合を全体集合 U とする。 U の部分集合を
 $A = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は 奇数}\}$ とするとき、集合 $\overline{A \cup B}$ の要素の個数
 $n(\overline{A \cup B})$ を求めよ。
- (3) 次の に適するものを、下の(ア)~(エ)の中から選び記号で答えよ。
 2つの整数 a, b について
 「積 ab が偶数であることは、 a または b が偶数であるための 。」
- (ア) 必要条件であるが、十分条件ではない
- (イ) 十分条件であるが、必要条件ではない
- (ウ) 必要十分条件である
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (4) x, y が実数のとき、次の命題の対偶を述べよ。また、その対偶の真偽を答えよ。
 「 $x+y > 2$ ならば $x > 1$ かつ $y > 1$ である。」

[β-3] 場合の数と確率

- (1) 右図のような道がある。A 地点から C 地点を通り B 地点までを、遠回りしないで行く最短の道順は、何通りあるか。



- (2) 男子 3 人、女子 3 人が円形に並ぶとき、男女が交互になる並び方は何通りあるか。
- (3) 5 枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ がある。これらのカードから 3 枚を取り出すとき、偶数のカードが 1 枚だけ含まれる確率を求めよ。
- (4) 赤球 4 個、白球 6 個が入っている袋の中から同時に 4 個の球を取り出すとき、少なくとも 1 個は赤球である確率を求めよ。

[β-4] 数列

- (1) 公比が 2、第 3 項が 12 の等比数列の初項を求めよ。
- (2) $a_1=3$, $a_{n+1}=a_n+5$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $2, 2+4, 2+4+6, 2+4+6+8, \dots$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。
- (4) $a_1=2$, $\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{3}{a_n}+2$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[β-5] ベクトル

- (1) $\vec{a}=(-1, 3)$, $\vec{b}=(2, 1)$ とする。 $\vec{p}=(10, -9)$ を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
- (2) $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=4$, $|\vec{a}+\vec{b}|=7$ とする。 \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とするとき、 $\cos\theta$ の値を求めよ。
- (3) 等式 $5\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ が成り立つとき、 $AP:PB$ を最も簡単な整数比で表せ。
- (4) 3 点 $A(1, 1, 1)$, $B(-4, -2, 1)$, $C(2, 5, 3)$ を通る平面上に点 $P(6, 6, z)$ があるとき、 z の値を求めよ。

[β-6] 数学Ⅱ ①

- (1) $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ を計算せよ。
- (2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、不等式 $\cos 2\theta + 3\cos \theta - 1 < 0$ を解け。
- (3) 関数 $y=f(x)$ のグラフは点 $A(1, 4)$ を通り、このグラフ上の各点 (x, y) における接線の傾きは $3x^2$ である。この関数 $f(x)$ を求めよ。
- (4) 点 P は円 $x^2+y^2=49$ 上を、点 Q は円 $x^2+y^2-6x-8y+24=0$ 上をそれぞれ動くとき、線分 PQ の長さの最大値を求めよ。

[β-7] 数学Ⅱ ②

- (1) $2x^3+7x^2+2x-3$ を因数分解せよ。
- (2) $\log_3 5 = a$ とするとき、 $\log_{15} 75$ を a を用いて表せ。
- (3) 関数 $f(a) = \int_0^1 (6ax^2 - a^2x) dx$ の最大値を求めよ。
- (4) 2つの放物線 $y=x^2$, $y=x^2-4x+6$ のどちらにも接する接線の方程式を求めよ。