



平成 21 年 4 月 14 日 実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

| | | | | | |
|---|----|---|---|----|--|
| 第 | 学年 | 組 | 番 | 氏名 | |
|---|----|---|---|----|--|

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. [$\alpha-1$]から[$\alpha-11$]までの11群のうちから、学校で指定された4群を解答しなさい。

S II α 学 力 テ ス ト

[$\alpha-1$] **式と証明・高次方程式** [この選択群で使用している i は虚数単位とする]

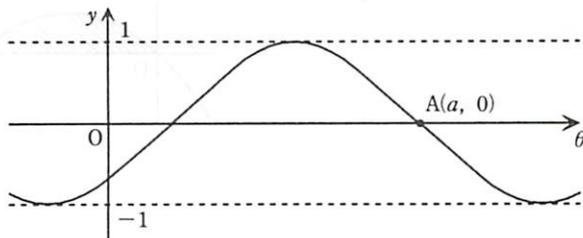
- (1) $\frac{x^2-25}{x-5}$ を簡単にせよ。
- (2) $(1-i)(1+2i)$ を計算して、 $a+bi$ の形で表せ。ただし、 a, b は実数とする。
- (3) 整式 $P(x)=x^3-3x^2+5x+2$ を $x-2$ で割ったときの余りを求めよ。
- (4) 2次方程式 $x^2-2x+3=0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha^2+\beta^2$ の値を求めよ。
- (5) 3次方程式 $x^3-2x^2-5x+6=0$ を解け。

[$\alpha-2$] **図形と方程式**

- (1) 2点 $A(1, 0), B(2, 3)$ 間の距離 AB を求めよ。
- (2) 点 $(1, 3)$ を通り、傾きが 2 の直線の方程式を求めよ。
- (3) 2点 $A(2, -1), B(8, 5)$ を結ぶ線分 AB の中点の座標を求めよ。
- (4) 方程式 $x^2+y^2+2x+6y-6=0$ は円を表す。この円の半径を求めよ。
- (5) 円 $x^2+y^2=10$ と直線 $y=-3x+10$ は接する。このとき、接点の座標を求めよ。

[α-3] **三角関数**

- (1) 210° を弧度法で表せ。
- (2) $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ の値を求めよ。
- (3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、等式 $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値を求めよ。
- (4) 加法定理を用いて、 $\sin 15^\circ \cos 30^\circ + \cos 15^\circ \sin 30^\circ$ の値を求めよ。
- (5) 下のグラフは、関数 $y = \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ のグラフの一部である。このグラフは θ 軸上の点 $A(a, 0)$ を通る。定数 a の値を弧度法で答えよ。

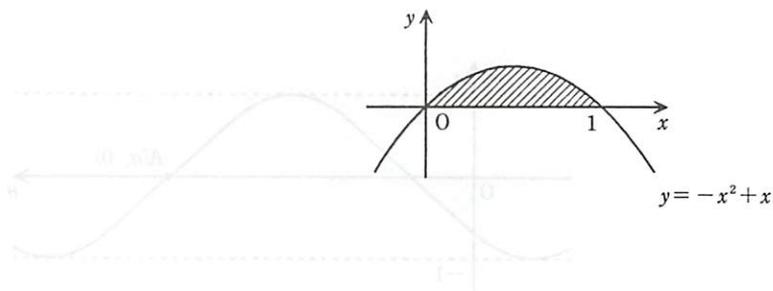


[α-4] **指数関数・対数関数**

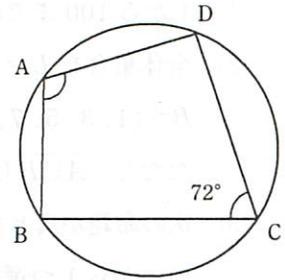
- (1) $\sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{8}$ を計算せよ。
- (2) $7^{\frac{5}{2}} \div 7^{\frac{1}{2}}$ を計算せよ。
- (3) $\log_{10} \frac{2}{3} + \log_{10} 15$ を計算せよ。
- (4) 次の3つの数の大小を調べ、小さい順に左から並べよ。
 $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[5]{27}$
- (5) 方程式 $\log_5(x+1) = 2$ を解け。

[α-5] 微分・積分の考え

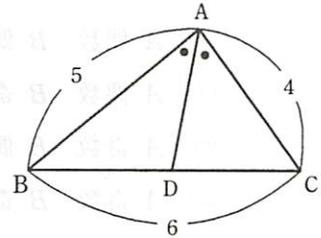
- (1) 関数 $y=x^3-2x^2+3x-4$ を微分せよ。
- (2) 不定積分 $\int(3x^2+8x-1)dx$ を求めよ。ただし、積分定数として C を用いよ。
- (3) 放物線 $y=x^2-4x$ 上の点 $(3, -3)$ における接線の傾きを求めよ。
- (4) 関数 $f(x)=x^3+ax+3$ が $x=1$ で極値をとるとき、定数 a の値を求めよ。
- (5) 放物線 $y=-x^2+x$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。



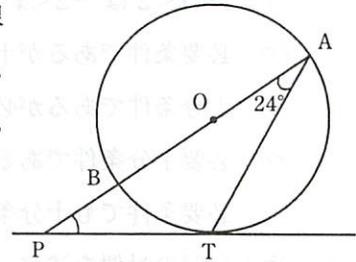
- (1) 右図のように、四角形 ABCD が円に内接している。
 $\angle BCD = 72^\circ$ のとき、 $\angle BAD$ の大きさを求めよ。



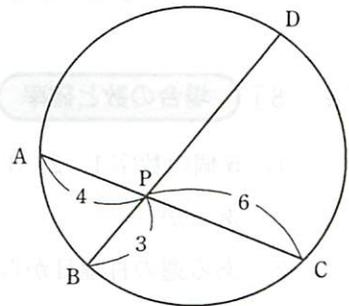
- (2) 右図のように、 $AB=5$, $BC=6$, $CA=4$ の $\triangle ABC$ が
 ある。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D と
 するとき、DC の長さを求めよ。



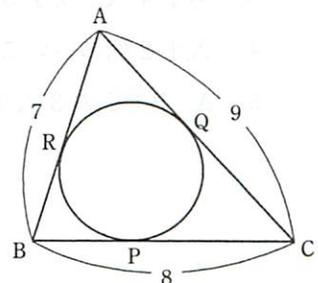
- (3) 右図のように、点 P は円 O の直径 AB の延長線
 と点 T におけるこの円の接線との交点である。
 $\angle BAT = 24^\circ$ のとき、 $\angle BPT$ の大きさを求めよ。



- (4) 右図のように、円周上の 4 点 A, B, C, D に
 おいて、AC, BD の交点を P とする。
 $PA=4$, $PB=3$, $PC=6$ のとき、PD の長さを
 求めよ。



- (5) 右図のように、 $AB=7$, $BC=8$, $CA=9$ の $\triangle ABC$ が
 ある。この三角形の内接円が辺 BC, CA, AB と
 接する点をそれぞれ P, Q, R とするとき、
 AR の長さを求めよ。



[α-7]

集合と論理

- (1) 1 から 100 までの自然数のうち、2 または 3 で割り切れる数の個数を求めよ。
- (2) 全体集合を $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ とし、その部分集合を $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ とする。集合 $\overline{A \cup B}$ を要素を書き並べる方法で表せ。
ただし、 $\overline{A \cup B}$ は $A \cup B$ の補集合である。
- (3) 次の命題が真となるように、空欄 A, B にあてはまる言葉の組み合わせを、下の(ア)~(エ)の中から1つ選び、記号で答えよ。ただし、 m, n は自然数とする。

命題「和 $m+n$ が \boxed{A} ならば積 $m \times n$ は \boxed{B} である。」

- (ア) A 偶数 B 偶数
- (イ) A 偶数 B 奇数
- (ウ) A 奇数 B 偶数
- (エ) A 奇数 B 奇数
- (4) 次の $\boxed{\quad}$ に適する言葉を、下の(ア)~(エ)の中から1つ選び、記号で答えよ。
「 $-1 < x < 2$ は $-2 < x < 3$ であるための $\boxed{\quad}$ 。」
- (ア) 必要条件であるが十分条件ではない
- (イ) 十分条件であるが必要条件でない
- (ウ) 必要十分条件である
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (5) 次の命題の対偶を述べ、その真偽を答えよ。ただし、 x, y は実数とする。

「 $x+y \geq 5$ ならば $x \geq 2$ または $y \geq 3$ である。」

[α-8]

場合の数と確率

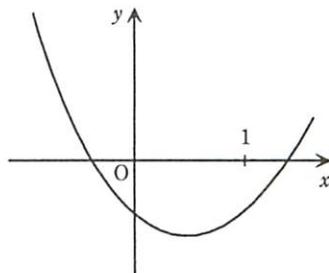
- (1) 5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 の中から、異なる数字を用いてできる 4 桁の整数は何個あるか。
- (2) ある週の日曜日から土曜日までの 7 日間のうち、2 日だけ朝のトレーニングをする。このときトレーニングをする曜日の決め方は何通りあるか。
- (3) 男子 4 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、男女が交互になる並び方は何通りあるか。
- (4) 大小 2 個のさいころを同時に投げるとき、出る目の積が偶数になる確率を求めよ。
- (5) A, B, C の 3 人が 1 回だけじゃんけんをするとき、あいこになる確率を求めよ。

[$\alpha-9$] 数と式・方程式と不等式

- (1) 2次方程式 $x^2-7x+10=0$ を解け。
- (2) $x^2+4xy+4y^2$ を因数分解せよ。
- (3) 不等式 $2x-1 < \frac{x+1}{3}$ を解け。
- (4) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。
- (5) 1個140円のチーズケーキと1個100円のシュークリームを合わせて20個買い、支払う金額を2500円以下にしたい。チーズケーキをできるだけ多く買うとき、チーズケーキは最大何個買えるか。

[$\alpha-10$] 2次関数

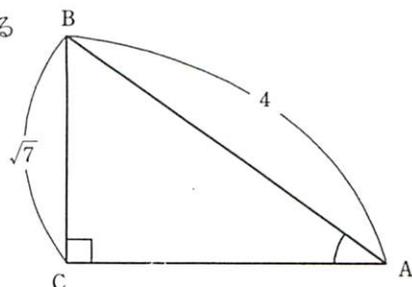
- (1) 2次関数 $y=-2(x-1)^2-3$ のグラフについて、頂点の座標を求めよ。
- (2) 2次関数 $y=x^2+2x-3$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ。
- (3) 2次関数 $y=x^2+4x-k$ の最小値が3のとき、定数 k の値を求めよ。
- (4) 2次関数 $y=x^2-6x+m$ のグラフが x 軸と異なる2点で交わるように、定数 m の値の範囲を定めよ。
- (5) 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが右図のようになるとき、次の□にあてはまる不等号を入れよ。



- ① b^2-4ac □ 0 ② $a+b+c$ □ 0

[$\alpha-11$] 図形と計量 (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量は除く)

- (1) $\cos 30^\circ$ の値を求めよ。
- (2) $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、等式 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす角 θ の値を求めよ。
- (3) 右図のような、 $AB=4$, $BC=\sqrt{7}$, $\angle C=90^\circ$ である直角三角形 ABC において、 $\tan A$ の値を求めよ。



- (4) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で、 $\tan \theta = 2$ のとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (5) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ のとき、等式 $\cos \theta = \sin 154^\circ$ を満たす角 θ の値を求めよ。