



平成 21 年 11 月 13 日実施

問題冊子

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名
---	----	---	---	----

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\alpha-1]$ 、 $[\alpha-2]$ の2群のうち、学校で指定された1群を解答しなさい。

解答上の注意事項

- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S III α 学 力 テ ス ト

α 共通問題

次の問いに答えよ。

- (1) $a = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ とするとき, a^3+b^3 の値を求めよ。
- (2) $(x^2-x-3)(x^2-x-1)+1$ を因数分解せよ。
- (3) 2点(1, 3), (-4, -7)を通り, 直線 $x=-2$ を軸とする放物線の方程式を求めよ。
- (4) 2つの2次方程式 $x^2-3x+2k=0$, $x^2-5x+3k=0$ が共通な実数解 α をもつとき, α, k の値を求めよ。ただし, $\alpha \neq 0$ とする。
- (5) $\triangle ABC$ において, $AB=2$, $AC=2+\sqrt{2}$, 面積が $1+\sqrt{2}$ のとき, $\angle A$ の大きさを求めよ。
- (6) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ のとき, 方程式 $2\cos^2\theta + 11\sin\theta - 7 = 0$ を解け。

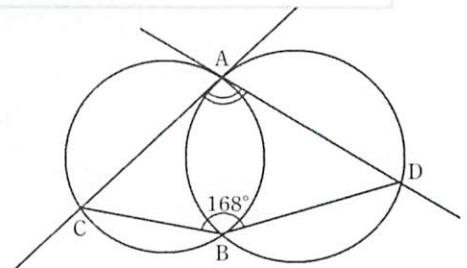
- (7) 男子3人, 女子3人が1列に並ぶとき, 男子と女子が交互に並ぶ方法は何通りか。
- (8) 赤球3個と白球5個の球が入った袋から, 3個の球を同時に取り出すとき, 赤球1個と白球2個が出る確率を求めよ。

- (9) 次の に適するものを, 下の(ア)~(エ)の中から選び, 記号で答えよ。

「四角形の対角線が直交することは, その四角形が長方形であるための 。」

- (ア) 必要条件であるが十分条件ではない
 (イ) 十分条件であるが必要条件ではない
 (ウ) 必要十分条件である
 (エ) 必要条件でも十分条件でもない

- (10) 右図のような, 2点A, Bで交わる2つの円がある。点Aにおけるそれぞれの円の接線が, 2つの円と点C, Dで交わっている。
 $\angle CBD = 168^\circ$ のとき, $\angle CAD$ の大きさを求めよ。



α 選択問題

$[\alpha-1]$, $[\alpha-2]$ の 2 群のうち、学校で指定された 1 群を解答すること。

$[\alpha-1]$

- (1) $1 < a < 3$ のとき、 $|a-1| + |a-3|$ を計算せよ。
- (2) 2 次方程式 $kx^2 - 2(k+3)x + k+9 = 0$ が実数解をもつような正の整数 k をすべて求めよ。
- (3) 方程式 $2x - 7y = 1$ を満たす 2 つの正の整数 x, y のうち、 $x+y$ が最小になる x, y の値を求めよ。
- (4) 正十角形の頂点から 3 点を選んで三角形を作るとき、正十角形と 2 辺を共有しない三角形の個数を求めよ。
- (5) 赤球 3 個と白球 5 個が入った袋の中から、2 個の球を同時に取り出すとき、赤球の出る個数の期待値を求めよ。
- (6) 2 つの 2 次関数 $f(x) = x^2 - ax + a + 8$, $g(x) = -x^2 + 3ax + 3a - 4$ がある。ただし、 a は実数とする。次の問いに答えよ。(途中経過を書け)
 - (i) $a=3$ のとき、 $f(x) > g(x)$ を満たす x の値の範囲を求めよ。
 - (ii) すべての実数 x に対して、 $f(x) > g(x)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。
- (7) 円に内接する四角形 ABCD において、 $BC=3$, $CD=5$, $\angle DAB=60^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$ である。次の問いに答えよ。(途中経過を書け)
 - (i) 対角線 BD の長さを求めよ。
 - (ii) 対角線 AC の長さを求めよ。

[$\alpha-2$]

問題 18

(1) 方程式 $\log_3 x + \log_3(x-6) = 3$ を解け。

(2) 定積分 $\int_0^2 |x^2 - 1| dx$ を計算せよ。

(3) 2つのベクトル $\vec{a} = (x+1, -5)$, $\vec{b} = (2x-1, 3)$ が平行になるように, x の値を定めよ。

(4) $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (2, 1)$ のとき, $|\vec{a} + t\vec{b}| = 5\sqrt{2}$ となる実数 t の値を求めよ。

(5) $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 3a_n - 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(6) $0 \leq x < 2\pi$ とする。関数 $y = \cos 2x - 2\cos x + 2$ において, 次の問いに答えよ。

(途中経過を書け)

(i) $t = \cos x$ とする。 y を t の関数で表せ。また, t の値の範囲を求めよ。

(ii) y の値の最大値, およびそのときの x の値を求めよ。

(7) $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + 2n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えよ。(途中経過を書け)

(i) 一般項を求めよ。

(ii) 初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。