



平成 20 年 4 月 15 日 実施

神奈川県高等学校教科研究会 数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	(漢字ではなくカタカナで書くこと)
---	----	---	---	----	-------------------

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta - 1]$ から $[\beta - 7]$ までの 7 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答しなさい。

その際、解答する群のチェック欄に○をつけなさい。

解 答 上 の 注 意 事 項

- 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 分母に根号が含まれるときは、分母に根号を含まない形にしておきなさい。
- 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S II β 学 力 テ ス ト



β 共通問題 (ここで使用している i は虚数単位とする)

次の問いに答えよ。

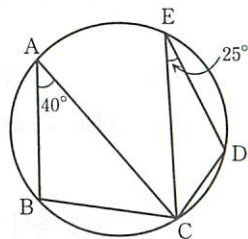
- (1) 2次方程式 $x^2 - 3x + 5 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。
- (2) 等式 $(3+2i)x + (1-2i)y = 11-6i$ を満たす実数 x, y の値を求めよ。
- (3) 方程式 $x^2 + y^2 + 6x - 4ky - 3 = 0$ が半径4の円を表すとき、定数 k の値を求めよ。
- (4) 2点 $A(2, 5), B(10, 9)$ を結ぶ線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めよ。
- (5) 不等式 $1 \leq 4^x \leq 2\sqrt{2}$ を解け。
- (6) 方程式 $\log_2(x-2) + \log_2(x-9) = 3$ を解け。
- (7) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき、 $\sin 2\theta$ の値を求めよ。
- (8) 方程式 $x^3 - 3x^2 - 9x - k = 0$ が異なる3つの実数解をもつように、定数 k の値の範囲を定めよ。
- (9) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、関数 $y = \cos^2 x + \sin x + 1 \cdots \cdots$ ① について、次の問いに答えよ。
 - (ア) $\sin x = t$ として、関数①を t を用いて表せ。また、 t のとりうる値の範囲を求めよ。
 - (イ) 関数①の最大値とそのときの x の値を求めよ。(途中経過を書け)
- (10) 2つの放物線 $y = x^2 - 1, y = -x^2 + 2x + 3$ について、次の問いに答えよ。
 - (ア) 2つの放物線の共有点の x 座標を求めよ。
 - (イ) 2つの放物線で囲まれた部分の面積を求めよ。(途中経過を書け)

β 選択問題

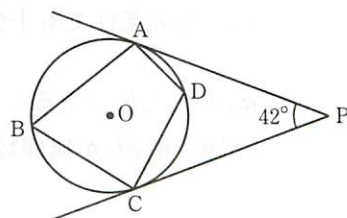
[$\beta-1$] から [$\beta-7$] までの7群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

[$\beta-1$] 平面図形

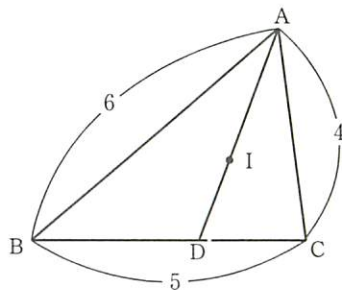
- (1) 右図のように、円周上に5点 A, B, C, D, E がある。
 $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle CED = 25^\circ$ のとき、 $\angle BCD$ の大きさを求めよ。



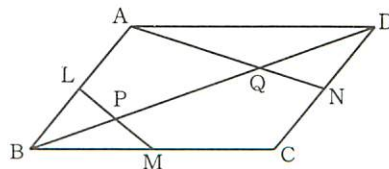
- (2) 右図のように、円 O に内接している四角形 $ABCD$ がある。点 A, C における接線が点 P で交わっている。
 $\angle APC = 42^\circ$ のとき、 $\angle ADC$ の大きさを求めよ。



- (3) 右図のように、 $\triangle ABC$ の内心を I とし、直線 AI と辺 BC の交点を D とする。 $AB = 6$, $BC = 5$, $CA = 4$ のとき、 $AI : ID$ を最も簡単な整数比で表せ。



- (4) 右図のように、平行四辺形 $ABCD$ の辺 AB, BC, CD の中点をそれぞれ L, M, N とし、対角線 BD と LM, AN との交点をそれぞれ P, Q とする。
 $BD = 12$ のとき、 PQ の長さを求めよ。



- (1) 1 から 200 までの自然数のうち、4 でも 6 でも割り切れない数の個数を求めよ。
- (2) 要素が自然数である 2 つの集合 $A = \{1, 3, 3m+n, 2m+n-1\}$,
 $B = \{2, 4, m-n\}$ がある。 $A \cap B = \{2, 3\}$ となるような整数 m, n の値を求めよ。
- (3) 次の () に適するものを (ア) から (エ) の中から 1 つ選び、記号で答えよ。
 「 $\triangle ABC$ において、 $\triangle ABC$ が直角三角形であることは、 $\angle C = 90^\circ$ であるための () 。」
- (ア) 必要条件であるが、十分条件でない
 (イ) 十分条件であるが、必要条件でない
 (ウ) 必要十分条件である
 (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (4) a, b を実数とすると、次の命題の対偶を述べよ。
 命題「積 ab が無理数ならば、 a, b のうち少なくとも一方が無理数である。」



- (1) ${}_nP_2 = 90$ を満たす自然数 n の値を求めよ。
- (2) 5枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ がある。これらのカードから3枚を取り出して横に並べたときにできる3桁の整数のうち、240より大きい整数はいくつあるか。
- (3) 1個のさいころを5回投げるとき、偶数の目がちょうど2回出る確率を求めよ。
- (4) A, B, C, D, E, F, G の7文字を無作為に左から順に一列に並べるとき、AはBより左にあり、かつBはCより左にある確率を求めよ。

- (1) 1 から 100 までの自然数について、5 で割り切れない数の和を求めよ。
- (2) 初項 a 、公比 r である等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする。
 $S_3 = 42$ 、 $S_6 = 378$ であるとき、 a と r の値を求めよ。ただし、 r は実数とする。
- (3) $1|1, 2, 1|1, 2, 3, 2, 1|\cdots|1, 2, \cdots, n-1, n, n-1, \cdots, 2, 1|\cdots$ で与えられる数列について、3 が初めて現れるのは第 7 項である。この数列で、10 が初めて現れるのは第何項か。
- (4) $a_1 = 3$ 、 $a_{n+1} = 3a_n - 2$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$) で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $\vec{a} = (-2, 4)$ のとき, \vec{a} と向きが反対で大きさが5であるベクトルを成分で表せ。
- (2) $\vec{a} = (4, 2)$, $\vec{b} = (1, -3)$ に対して, $\vec{a} + t\vec{b}$ と $2\vec{a} - \vec{b}$ が垂直になるように, 定数 t の値を定めよ。
- (3) 平行四辺形 ABCD において, 対角線 BD を 1:2 に内分する点を P, 線分 AP の延長と辺 BC の交点を Q とする。このとき, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ として, \overrightarrow{AQ} を \vec{b} , \vec{d} を用いて表せ。
- (4) 2つのベクトル $\vec{a} = (3, 1, c)$, $\vec{b} = (-1, c, -3)$ のなす角が 120° のとき, 定数 c の値を求めよ。

- (1) 等式 $ax(x-2)+bx(x-3)+c(x-2)(x-3)=x-12$ が x についての恒等式となるように、定数 a, b, c の値を定めよ。
- (2) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、方程式 $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$ を解け。
- (3) 点 Q が円 $(x-2)^2+y^2=16$ 上を動くとき、点 $A(8, 0)$ と点 Q を結ぶ線分 AQ の中点 P の軌跡の方程式を求めよ。
- (4) 放物線 $y = x^2 - 4x - 2$ について、傾きが 2 である接線の方程式を求めよ。

- (1) 方程式 $x^3+2x^2-11x-12=0$ を解け。
- (2) 円 $x^2+y^2=10$ と直線 $x-y-2=0$ の 2 つの交点を A, B とするとき、線分 AB の長さを求めよ。
- (3) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} + \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{8}$ を計算せよ。
- (4) 次の条件を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。
 $f'(x) = 2x - 3, \int_0^3 f(x) dx = \frac{21}{2}$