SⅡ α アルファ

平成20年 4 月15日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数学学力テスト

（時間50分）

第　　学年　　組　　番	氏名	（漢字ではなくカタカナで書くこと）

注意事項

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い，答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については，［α－1］から［α－11］までの11群のうちから，学校で指定された4群を解答しなさい。
   その際，解答する群のチェック欄に ○ をつけなさい。

解答上の注意事項

・答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

・分母に根号が含まれるときは，分母に根号を含まない形にしておきなさい。

・答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

SⅡα 学力テスト

[$\alpha-1$] **式と証明・高次方程式**　（この選択群で使用している i は虚数単位とする）

(1) $\dfrac{-x^2+3x}{x-3}$ を簡単にせよ。

(2) $(2-i)^2$ を計算して $a+bi$ の形で表せ。ただし，a，b は実数とする。

(3) x^3+4x^2+2x-3 は整式 B で割り切れ，商が $x+3$ となる。このとき，整式 B を求めよ。

(4) $x:y=1:2$ のとき，$\dfrac{4x+3y}{x+2y}$ の値を求めよ。

(5) $1+i$ と $1-i$ を解とする2次方程式が $x^2+ax+b=0$ となるとき，実数 a，b の値を求めよ。

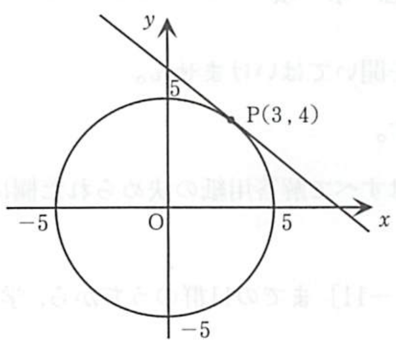
[$\alpha-2$] **図形と方程式**

(1) x 軸に関して，点 P$(-3,\ 2)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

(2) 原点を通り，直線 $y=-\dfrac{1}{3}x$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

(3) 3点 A$(2,1)$，B$(4,5)$，C$(3,-3)$ を頂点とする △ABC の重心の座標を求めよ。

(4) 下図の円 $x^2+y^2=25$ について，円周上の点 P$(3,4)$ における接線の方程式を求めよ。



(5) 中心が点 $(4,2)$ で，x 軸に接する円の方程式を求めよ。

[$\alpha-3$] 三角関数

(1) 弧度法で $\dfrac{4}{3}\pi$ と表される角を度数法で表せ。

(2) $\tan\theta<0$ となるとき，θ の動径は第何象限にあるか。次の (ア) から (エ) の中からあてはまるものをすべて選び，記号で答えよ。

(ア) 第1象限　(イ) 第2象限　(ウ) 第3象限　(エ) 第4象限

(3) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，等式 $\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値を求めよ。

(4) 次の式において，$\boxed{\text{(a)}}$ にあてはまるものを下の選択群の (ア) から (ウ) の中から，$\boxed{\text{(b)}}$ にあてはまるものを下の選択群の (エ) から (キ) の中からそれぞれ一つずつ選び，記号で答えよ。

$\sin(\theta+90^\circ)=\sin\theta\times\cos\boxed{\text{(a)}}+\cos\theta\times\sin\boxed{\text{(a)}}=\boxed{\text{(b)}}$

選択群

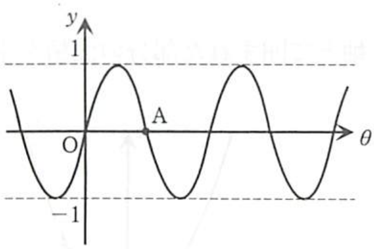
(ア) 0°　(イ) 90°　(ウ) -90°

(エ) $\sin\theta$　(オ) $-\sin\theta$　(カ) $\cos\theta$　(キ) $-\cos\theta$

(5) 次の文において，$\boxed{}$ にあてはまるものを下の選択群の (ア) から (ウ) の中から選び，記号で答えよ。

下のグラフは，関数 $y=\sin 2\theta$ のグラフの一部である。このグラフは，θ 軸上の点 A $\left(\boxed{},\ 0\right)$ を通る。

(ア) $\dfrac{\pi}{4}$　(イ) $\dfrac{\pi}{3}$　(ウ) $\dfrac{\pi}{2}$　(エ) $\dfrac{2}{3}\pi$　(オ) $\dfrac{3}{2}\pi$



[$\alpha-4$] 指数関数・対数関数

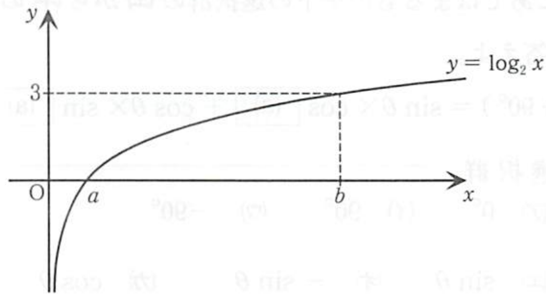
(1) $5^{\frac{1}{2}} \div 5^{\frac{3}{2}} \times 5$ を計算せよ。

(2) $\log_{10} 600$ の値を求めよ。ただし，$\log_{10} 6 = 0.7782$ とする。

(3) 次の 3 つの数の大小を調べ，小さい順に左から並べよ。

$\sqrt[3]{2}$，$\sqrt[4]{8}$，$\sqrt{2}$

(4) 下のグラフは $y = \log_2 x$ のグラフの一部である。定数 a，b の値を求めよ。



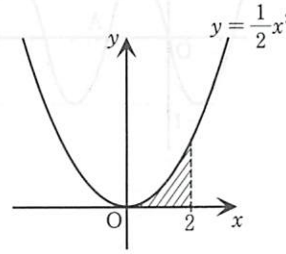
(5) 不等式 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x < \dfrac{1}{9}$ を解け。

[$\alpha-5$] 微分・積分の考え

(1) 関数 $y = 3x^3 + 2x - 5$ を微分せよ。

(2) 不定積分 $\int (x^2+1)\,dx$ を求めよ。ただし，積分定数として C を用いよ。

(3) 放物線 $y = \dfrac{1}{2}x^2$ と直線 $x = 2$ および x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。



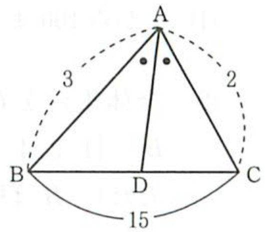
(4) 放物線 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフ上の点 A における接線の傾きが 4 であるとき，点 A の x 座標を求めよ。

(5) 次の等式を満たす定数 a の値を求めよ。

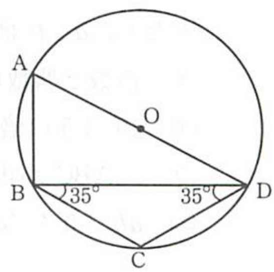
$$\int_1^2 (ax-1)\,dx = 5$$

［α－6］ 平面図形

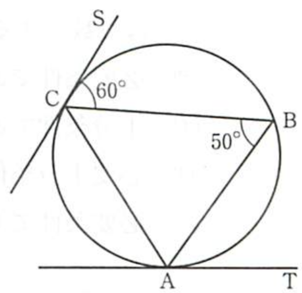
⑴ 右図のように，AB：AC＝3：2，BC＝15 の △ABC がある。∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき，BD の長さを求めよ。



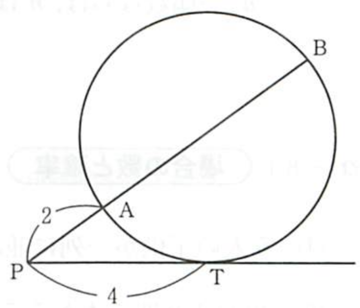
⑵ 右図のように，AD を直径とする円 O に内接する四角形 ABCD がある。∠CBD＝∠CDB＝35° のとき，∠BDA の大きさを求めよ。



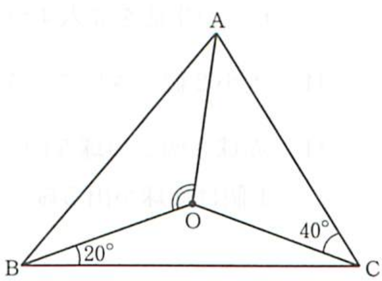
⑶ 右図のように，円に内接する三角形 ABC がある。また，直線 AT，CS はそれぞれ点 A，C で，この円に接している。∠ABC＝50°，∠BCS＝60° のとき，∠BAT の大きさを求めよ。



⑷ 右図において，点 P は円の弦 AB の延長線と点 T におけるこの円の接線との交点である。PA＝2，PT＝4 のとき，弦 AB の長さを求めよ。



⑸ 右図において，点 O は △ABC の外心とする。∠OBC＝20°，∠OCA＝40° のとき∠AOB の大きさを求めよ。



[$\alpha-7$] 集合と論理

(1) 1から100までの自然数のうち，4または7の倍数である数の個数を求めよ。

(2) 全体集合を $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ とし，その部分集合を $A=\{2,3,7\}$，$B=\{1,2,4,5,8,9\}$ とする。集合 $A\cup\overline{B}$ を要素を書き並べる方法で表せ。ただし，$\overline{B}$ は集合 B の補集合である。

(3) 次の(ア)～(エ)の命題のうち，真であるものをすべて選び，記号で答えよ。
ただし，a，b は実数とする。

(ア) 奇数と偶数の積は奇数である。

(イ) 15は5の倍数である。

(ウ) △ABCが正三角形ならば，△ABCは二等辺三角形である。

(エ) $ab<0$ ならば，$a<0$ である。

(4) 次の $\boxed{}$ に適する言葉を下の(ア)～(エ)から選び，記号で答えよ。
「x は実数とする。$x^2=1$ は $x=1$ であるための $\boxed{}$。」

(ア) 必要条件であるが，十分条件でない

(イ) 十分条件であるが，必要条件でない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

(5) n は自然数とする。次の命題の対偶を述べ，その真偽を調べよ。
「n^2 が偶数ならば，n は偶数である。」

[$\alpha-8$] 場合の数と確率

(1) 5人の子供が一列に並ぶ方法は何通りあるか。

(2) 異なる8冊の本から5冊の本を選ぶ方法は何通りあるか。

(3) 6人の生徒を3人ずつ2つの班に分ける方法は何通りあるか。

(4) 大小2個のさいころを同時に投げるとき，目の積が奇数になる確率を求めよ。

(4) 赤球3個，白球5個が入っている袋から，球を2個同時に取り出すとき，少なくとも1個は赤球が出る確率を求めよ。

［α－9］ 数と式・方程式と不等式

(1) 2次方程式 $x^2+2x-15=0$ を解け。

(2) $4x^3-9xy^2$ を因数分解せよ。

(3) 不等式 $1-\frac{1}{3}x<\frac{x+5}{3}$ を解け。

(4) $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化し，簡単にせよ。

(5) x を4倍して9をひいた数が，x を2倍した数よりも小さくなる。このとき，それを満たす最大の整数 x を求めよ。

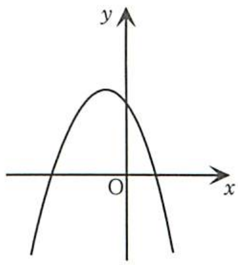
［α－10］ 2次関数 （2次不等式は除く）

(1) 2次関数 $y=2(x+1)^2+4$ のグラフの頂点の座標を求めよ。

(2) 2次関数 $y=x^2-x-12$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ。

(3) 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが下図のようになるとき，a，c の値の正負を調べ，次の $\boxed{}$ にあてはまる不等号を入れよ。

a $\boxed{}$ 0，c $\boxed{}$ 0



(4) 2次関数 $y=x^2+8x+k$ のグラフが x 軸と接するとき，定数 k の値を求めよ。

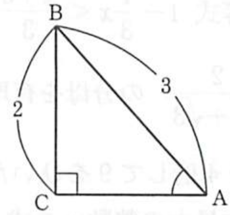
(5) 2次関数 $y=x^2+4x+m$ が最小値5をとるとき，定数 m の値を求めよ。

［α－11］ **図形と計量** （正弦定理，余弦定理，図形の計量は除く）

(1) $\tan 60^\circ$ の値を求めよ。

(2) θ が鈍角で $\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ のとき，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(3) 右図のような $AB=3$，$BC=2$，$\angle C=90^\circ$ である直角三角形 ABC において，$\cos A$ の値を求めよ。



(4) $0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ のとき，等式 $\sin\theta = \sin 123^\circ$ を満たす角 θ の値を求めよ。

(5) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，等式 $\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす角 θ の値を求めよ。