SI β (ベータ)

平成20年4月15日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数　学　学　力　テ　ス　ト

（時間50分）

第　　学年　　組　　番	氏名	（漢字ではなくカタカナで書くこと）

注　意　事　項

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い，答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については，［$\beta-1$］から［$\beta-5$］までの5群のうちから，学校で指定された2群を解答しなさい。
その際，解答する群のチェック欄に ○ をつけなさい。

解答上の注意事項

- 答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 分母に根号が含まれるときは，分母に根号を含まない形にしておきなさい。
- 答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

S I β 学 力 テ ス ト

β共通問題　次の問いに答えよ。

(1) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+1\right)$ を計算せよ。

(2) 連立方程式

$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$$

を解け。

(3) $x=\sqrt{7}+\sqrt{5}$, $y=\sqrt{7}-\sqrt{5}$ のとき, x^2-y^2 の値を求めよ。

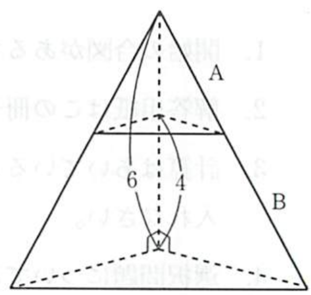
(4) 放物線 $y=-2x^2-4x-1$ と同じ頂点をもち, y 軸と点 $(0,\ 2)$ で交わる放物線の方程式を求めよ。

(5) 2次不等式 $4x^2-4x+1 \leqq 0$ を解け。

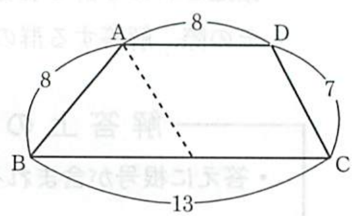
(6) 2次方程式 $x^2-4x+m=0$ が実数解をもたないように定数 m の値の範囲を定めよ。

(7) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{5}$ のとき, $\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。ただし, $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする。

(8) 右図のように, 高さ6の三角すいを, 底面からの高さが4のところで底面に平行な平面で切り, 2つの立体 A , B に分けるとき, 立体 A , B の体積比を最も簡単な整数比で表せ。



(9) 右図のように, AD//BC である台形 ABCD において, AB = 8, BC = 13, CD = 7, DA = 8 であるとき, 次の問いに答えよ。



(ア) ∠B の大きさを求めよ。

(イ) 台形ABCD の面積を求めよ。

(10) 2次関数 $y=ax^2-4ax+b$ の定義域が $-1 \leqq x \leqq 4$ であるとき, 次の問いに答えよ。ただし, $a>0$ とする。(途中経過を書け)

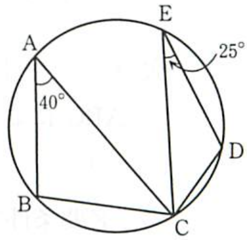
(ア) 頂点の y 座標を a , b を用いて表せ。

(イ) 最大値が 4 , 最小値が -14 のとき, 定数 a , b の値を求めよ。

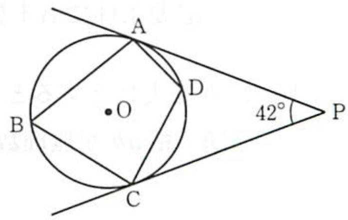
β 選択問題　［β－1］から［β－5］までの5群のうち，学校で指定された2群を解答すること。

［β－1］ **平面図形**

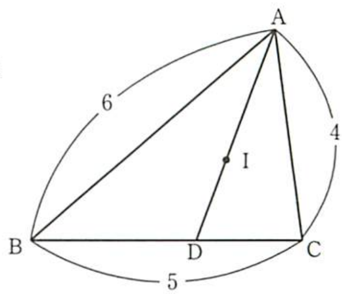
(1) 右図のように，円周上に5点 A，B，C，D，E がある。$\angle BAC = 40°$，$\angle CED = 25°$ のとき，$\angle BCD$ の大きさを求めよ。



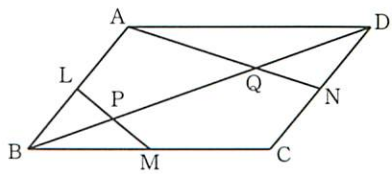
(2) 右図のように，円 O に内接している四角形 ABCD がある。点 A，C における接線が点 P で交わっている。$\angle APC = 42°$ のとき，$\angle ADC$ の大きさを求めよ。



(3) 右図のように，△ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。AB = 6，BC = 5，CA = 4 のとき，AI : ID を最も簡単な整数比で表せ。



(4) 右図のように，平行四辺形 ABCD の辺 AB，BC，CD の中点をそれぞれ L，M，N とし，対角線 BD と LM，AN との交点をそれぞれ P，Q とする。BD = 12 のとき，PQ の長さを求めよ。



［β－2］ 集合と論理

(1) 1から200までの自然数のうち，4でも6でも割り切れない数の個数を求めよ。

(2) 要素が自然数である2つの集合 $A=\{1, 3, 3m+n, 2m+n-1\}$，
$B=\{2, 4, m-n\}$ がある。$A\cap B=\{2, 3\}$ となるような整数 m，n の値を求めよ。

(3) 次の（　　）に適するものを(ア)から(エ)の中から1つ選び，記号で答えよ。
「△ABCにおいて，△ABCが直角三角形であることは，$\angle \mathrm{C}=90^\circ$ であるための（　　）。」

(ア) 必要条件であるが，十分条件でない

(イ) 十分条件であるが，必要条件でない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

(4) a，b を実数とするとき，次の命題の対偶を述べよ。
命題「積 ab が無理数ならば，a，b のうち少なくとも一方が無理数である。」

［β－3］ 場合の数と確率

(1) ${}_n\mathrm{P}_2 = 90$ を満たす自然数 n の値を求めよ。

(2) 5枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ がある。これらのカードから3枚を取り出して左から一列に並べる。このときできる3桁(けた)の整数のうち，240より大きい整数はいくつあるか。

(3) 1個のさいころを5回投げるとき，偶数の目がちょうど2回出る確率を求めよ。

(4) A, B, C, D, E, F, Gの7文字すべてを左から順に一列に並べるとき，AはBより左にあり，かつBはCより左にある確率を求めよ。

(1) 不等式 $-x^2+3x+4 \geqq 0$ を解け。

(2) 方程式 $|2x-1| = 3$ を解け。

(3) 2次関数 $y = x^2+4x+a$ の値が $-3 \leqq x \leqq 1$ で常に負となるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

(4) $\triangle$ABC が等式 $2\sin A\cos B = \sin C$ を満たし，AB $= 6$，BC $= 7$ のとき，$\triangle$ABC の面積を求めよ。

(1) 2次関数 $y=x^2-2x+1$ のグラフを x 軸方向に -1，y 軸方向に2だけ平行移動したグラフを表す2次関数を求めよ。

(2) $(x+3)(x-2)(x^2+x+4)+24$ を因数分解せよ。

(3) 3点 $(-2,\ -8)$，$(0,\ 6)$，$(1,\ 10)$ を通るグラフを表す2次関数を求めよ。

(4) $\sin\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$\dfrac{\tan\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\tan\theta}$ の値を求めよ。ただし，$0^\circ<\theta<180^\circ$ とする。