



平成 20 年 11 月 12 日 実施

試験時間 共 80 分

神奈川県高等学校教科研究会 数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第 学年 組 番	フリガナ	
	氏 名	

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta - 1]$ から $[\beta - 9]$ までの 9 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答しなさい。その際、解答する群の番号を に記入しなさい。

解 答 上 の 注 意 事 項

- 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 分母に根号が含まれるときは、分母に根号を含まない形にしておきなさい。
- 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S II β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。(ここで使用している i は虚数単位とする)

- (1) x についての整式 x^3+ax-2 が $x+1$ で割り切れるとき、定数 a の値を求めよ。
- (2) 等式 $(3+2i)(a+bi) = 8+i$ を満たす実数 a, b の値を求めよ。
- (3) 2次方程式 $2x^2-x+3=0$ の2つの解を α, β とするとき、2数 $2\alpha, 2\beta$ を解とする x の2次方程式を求めよ。ただし、 x^2 の係数は1とする。
- (4) 3頂点が $O(0, 0)$, $A(3, 1)$, $B(1, 3)$ である三角形の内部および周上を表す連立不等式は次のようになる。 の中にあてはまる不等式を求めよ。

$$\begin{cases} \text{ } \\ y \geq \frac{1}{3}x \\ y \leq 3x \end{cases}$$

- (5) 3点 $A(0, -1)$, $B(2, -3)$, $C(4, -1)$ を通る円の方程式を求めよ。
- (6) 2点 $A(-1, 4)$, $B(1, 2)$ を結ぶ線分 AB の垂直二等分線の方程式を求めよ。
- (7) 点 $(-1, 2)$ から円 $x^2+y^2=1$ に引いた接線の方程式を求めよ。(途中経過を書け)
- (8) 3次方程式 $x^3+ax^2+bx-4=0$ の1つの解が $1+i$ であるとき、次の問いに答えよ。ただし、 a, b は実数とする。(途中経過を書け)
 - (ア) a, b の値を求めよ。
 - (イ) 他の解を求めよ。

— 解答意図の土着解 —

1. x^3+ax-2 が $x+1$ で割り切れるとき、定数 a の値を求めよ。

2. 等式 $(3+2i)(a+bi) = 8+i$ を満たす実数 a, b の値を求めよ。

3. 2次方程式 $2x^2-x+3=0$ の2つの解を α, β とするとき、2数 $2\alpha, 2\beta$ を解とする x の2次方程式を求めよ。ただし、 x^2 の係数は1とする。

β 選択問題

[$\beta-1$] から [$\beta-9$] までの 9 群のうち、学校で指定された 2 群を解答すること。

[$\beta-1$] **三角関数**

- (1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ を解け。
- (2) 関数 $y = \tan 3x$ の周期を求めよ。ただし、弧度法で答えよ。
- (3) α が第 1 象限の角、 β が第 2 象限の角で、 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ 、 $\cos \beta = -\frac{5}{13}$ のとき、 $\sin(\alpha+\beta)$ の値を求めよ。
- (4) $\sin 22.5^\circ$ の値を求めよ。
- (5) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{4}{3}$ のとき、 $\sin \theta - \cos \theta$ の値を求めよ。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とする。

[$\beta-2$] **指数関数・対数関数**

- (1) $\sqrt{5} \times \sqrt[3]{5^2} \times \sqrt[6]{5^5}$ を計算せよ。
- (2) 2^{100} は何桁^{けた}の整数か。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。
- (3) 方程式 $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$ を解け。
- (4) $(\log_2 3 + \log_8 9) \cdot \log_3 4$ を計算せよ。
- (5) 関数 $y = (\log_2 x)^2 - 6 \log_2 x + 16$ ($1 \leq x \leq 16$) の最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

[β-3] 微分・積分の考え

- (1) 曲線 $y = -2x^2 + 3$ 上の点 $(2, -5)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 定積分 $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x) dx + \int_1^3 (x^2 - 2x) dx$ の値を求めよ。
- (3) 2つの放物線 $y = x^2$, $y = -x^2 + 2$ とで囲まれた図形の面積を求めよ。
- (4) $f(x) = 3x^2 + \int_0^2 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。
- (5) x についての方程式 $x^3 - 3ax^2 + 4 = 0$ が異なる2個の実数解をもつとき、定数 a の値を求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。

[β-4] 式と証明・高次方程式 (この選択群で使用している i は虚数単位とする)

- (1) $(1-2i)^3$ を計算せよ。
- (2) $\frac{b}{a^2-ab} - \frac{a}{ab-b^2}$ を計算せよ。
- (3) 3次方程式 $x^3 + 4x^2 + 6x + 3 = 0$ を解け。
- (4) x^4 を $x^2 - 4x + 3$ で割ったときの余りを求めよ。
- (5) 等式 $(2k+3)x + (3k-2)y + 4k - 7 = 0$ がどんな k の値に対しても成り立つように x, y の値を定めよ。

[β-5] **図形と方程式** (軌跡と領域は除く)

- (1) 2点 $A(-2, 1)$, $B(6, -3)$ を結ぶ線分 AB を $5:3$ の比に外分する点の座標を求めよ。
- (2) 点 $(2, 0)$ と直線 $y = x + 1$ の距離を求めよ。
- (3) 方程式 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + k = 0$ が円を表すような定数 k の値の範囲を求めよ。
- (4) 3点 $(1, -1)$, $(-1, 1)$, (x, y) を頂点にもつ正三角形がある。このとき, x, y の値を求めよ。
- (5) 円 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$ 上の点 $(-2, 6)$ における接線の方程式を求めよ。

[β-6] **三角関数** (加法定理は除く)

- (1) $\cos \frac{11}{3}\pi$ の値を求めよ。
- (2) θ が第2象限の角で $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ のとき, $\tan \theta$ の値を求めよ。
- (3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 方程式 $2 \sin^2 \theta + \cos \theta = 1$ を解け。
- (4) 関数 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ のグラフは, $y = \cos 2x$ のグラフを x 軸方向に α だけ平行移動したものである。このとき α の値を求めよ。ただし, $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ とする。
- (5) 関数 $y = \cos^2 \theta + 2 \sin \theta + 1$ の最大値を求めよ。

[β-7] 指数関数・対数関数 (対数関数は除く)

(1) $125^{\frac{1}{3}} \times 16^{\frac{1}{4}}$ を計算せよ。

(2) $(9^{\frac{1}{4}} + 4^{\frac{1}{4}})(9^{\frac{1}{4}} - 4^{\frac{1}{4}})$ を計算せよ。

(3) 次の3つの数の大小を調べ、小さい順に左から並べよ。

$$(\sqrt{2})^{-1}, \frac{1}{\sqrt[3]{8^{-2}}}, 1$$

(4) 不等式 $27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 8 \leq 0$ を解け。

(5) $2^x + 2^{-x} = 5$ のとき、 $8^x + 8^{-x}$ の値を求めよ。

[β-8] 数列

(1) 1 から 100 までの自然数のうち、7 の倍数の和を求めよ。

(2) 第2項が3、初項から第3項までの和が-7である等比数列の初項と公比を求めよ。

(3) $\sum_{k=11}^{20} k^2$ を求めよ。

(4) 1, 4, 13, 40, 121, …… で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(5) $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[β-9] ベクトル

- (1) 2つのベクトル $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (x+1, 6)$ が垂直になるように、定数 x の値を定めよ。
- (2) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{2}$ のとき, $|\vec{a} - \vec{b}|$ の値を求めよ。
- (3) 点 $A(1, 2, 3)$ に関して、点 $P(-4, 7, 8)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。
- (4) 2点 $A(1, 3, 4)$, $B(3, 1, 2)$ に対して, $\vec{OP} = \vec{OA} + t\vec{AB}$ を満たす点 P が xy 平面上にあるとき、点 P の座標を求めよ。
- (5) 右図の平行四辺形 $OACB$ において、辺 OA , AC を $2:1$ に内分する点をそれぞれ D , E , 辺 OB の中点を F とし, BD と EF の交点を P とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とするとき, \vec{OP} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

