SⅡα (アルファ)

平成20年11月12日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数　学　学　力　テ　ス　ト

（時間50分）

（無断転載を禁じます）

第　　学年　　組　　番	フリガナ	
	氏　名	

注意事項

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い，答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については，［α－1］から［α－16］までの16群のうちから，学校で指定された4群を解答しなさい。その際，解答する群のチェック欄に○をつけなさい。または，解答する群の番号を□に記入しなさい。

解答上の注意事項

- 答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 分母に根号が含まれるときは，分母に根号を含まない形にしておきなさい。
- 答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しておきなさい。

S Ⅱ α 学 力 テ ス ト

[α－1] 式と証明・高次方程式 （この選択群で使用している i は虚数単位とする）

(1) $(2+i)(4-i)$ を計算せよ。

(2) 2次方程式 $x^2-3x+4=0$ を解け。

(3) ある整式 A を $x+2$ で割ると，商が $x+1$，余りが -4 となる。整式 A を求めよ。

(4) 2次方程式 $x^2+5x-2k=0$ が異なる2つの虚数解をもつように，定数 k の値の範囲を定めよ。

(5) 等式 $a(x+1)+b(x-1)=4x$ が x についての恒等式となるように，定数 a，b の値を定めよ。

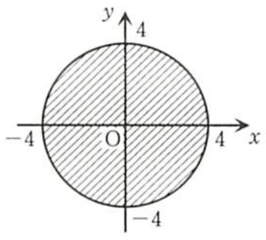
[α－2] 図形と方程式

(1) 2点 A(3，2)，B(6，3) 間の距離 AB を求めよ。

(2) 2点 (1，−2)，(3，8) を通る直線の方程式を求めよ。

(3) 円 $x^2+y^2-4x+2y-4=0$ の中心の座標と半径を求めよ。

(4) 下図の斜線部分の領域を表す不等式を求めよ。
ただし，境界線を含むものとする。



(5) 2点 A(2，0)，B(0，1) に対して，等式 AP＝BP を満たす点 P の軌跡の方程式を求めよ。

[$\alpha-3$] 三角関数

(1) 弧度法で $\dfrac{5}{6}\pi$ で表される角を度数法で表せ。

(2) $\tan(-60^\circ)$ の値を求めよ。

(3) 関数 $y=\sin\theta+1$ の最大値を求めよ。

(4) θ が第 4 象限の角で $\cos\theta=\dfrac{3}{4}$ のとき，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(5) 加法定理を用いて，$\cos 105^\circ$ の値を求めよ。

[$\alpha-4$] 指数関数・対数関数

(1) $\sqrt[4]{81}$ の値を求めよ。

(2) 方程式 $2^x=\dfrac{1}{8}$ を解け。

(3) $\log_2 16$ の値を求めよ。

(4) $\log_3 2=a$ とするとき，$\log_3\dfrac{4}{27}$ の値を a を用いて表せ。

(5) 不等式 $\log_5 x>3$ を解け。

［α −5］ **微分・積分の考え**

(1) 関数 $y = x^3 - 3x^2 + 5x + 7$ を微分せよ。

(2) 関数 $f(x) = 2x^2 - 3x$ について，$x = 3$ における微分係数 $f'(3)$ を求めよ。

(3) 関数 $f(x) = x^2 + x$ について，x の値が 1 から 3 まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(4) 曲線 $y = x^3 + ax^2$ 上の点 P の x 座標が 2 である。点 P における接線の傾きが 4 のとき，定数 a の値を求めよ。

(5) 次の表は関数 $y = x^3 - 3x + 6$ についての増減表である。(ア)，(イ) に当てはまる値を求めよ。

x	……	(ア)	……	1	……
y'	+	0	−	0	+
y	↗	極大 (イ)	↘	極小 4	↗

[α－6] 式と証明・高次方程式 （等式の証明，不等式の証明は除く）

（この選択群で使用している i は虚数単位とする）

(1) $\dfrac{x^2+x-6}{x^2-4}$ を簡単にせよ。

(2) $\left(1+\sqrt{-4}\right)^2$ を計算して，$a+bi$ の形で表せ。 ただし，a，b は実数とする。

(3) 2次方程式 $x^2-6x+2=0$ の2つの解を α, β とするとき，$\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$ の値を求めよ。

(4) x の整式 x^3+x^2-5x+a が $x-2$ で割り切れるとき，定数 a の値を求めよ。

(5) 3次方程式 $(x-1)(x^2+3)=0$ を解け。

[α－7] 図形と方程式 （軌跡と領域は除く）

(1) 3点 A(0, 7)，B(2, 3)，C(1, 2) を頂点とする △ABC の重心 G の座標を求めよ。

(2) 2点 A(−1, 6)，B(4, 1) を結ぶ線分 AB を 3：2 の比に内分する点 P の座標を求めよ。

(3) 点 (2, −1) を中心とする半径 $\sqrt{5}$ の円の方程式を求めよ。

(4) 点 (−4, 1) を通り，直線 $y=-x+1$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

(5) 円 $x^2+y^2=8$ と直線 $y=x$ との異なる2つの共有点の座標を求めよ。

[α－8] 三角関数 （加法定理は除く）

(1) 条件 $\cos\theta > 0$，$\tan\theta < 0$ を同時に満たす角 θ は第何象限の角か。

(2) 半径 5，中心角 $\dfrac{3}{5}\pi$ の扇形の弧の長さを求めよ。

(3) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，方程式 $\sin\theta = -\dfrac{1}{2}$ を解け。

(4) 関数 $y = \sin 3\theta$ の周期を求めよ。ただし，弧度法で答えよ。

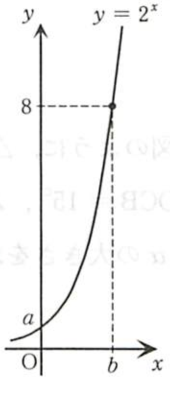
(5) $\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{5}$ のとき，$(\sin\theta - \cos\theta)^2$ の値を求めよ。

[α－9] 指数関数・対数関数 （対数関数は除く）

(1) $5^4 \times 5^{-2} \div 5$ を計算せよ。

(2) $\sqrt[3]{54} \div \sqrt[3]{2}$ を計算せよ。

(3) 右図は関数 $y = 2^x$ のグラフの一部である。
実数 a，b の値を求めよ。



(4) 次の 3 つの数の大小を調べ，小さい順に左から並べよ。

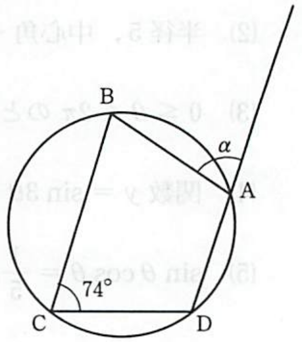
$\sqrt[5]{27}$，　$\sqrt{3}$，　$\sqrt[3]{9}$

(5) 不等式 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > \dfrac{1}{16}$ を解け。

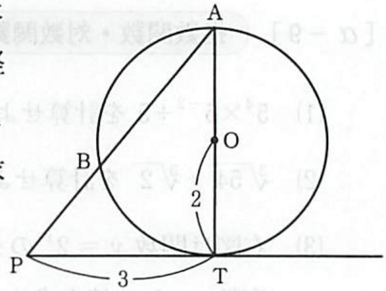
[α − 10] 平面図形

(1) 三角形において，3 つの中線は 1 点で交わる。この交点を何というか。

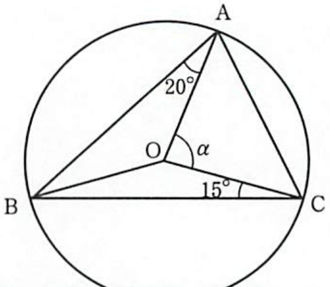
(2) 右図のように，四角形 ABCD が円に内接し，
$\angle \mathrm{BCD} = 74^\circ$ のとき，角 α の大きさを求めよ。



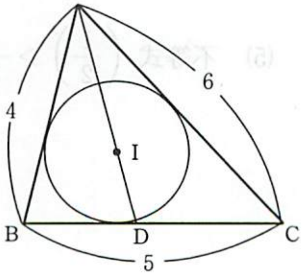
(3) 右図のように，円 O の外部の点 P から円 O に引いた接線の接点を T とし，その接点 T を通る円 O の直径を AT とする。また，線分 AP と円 O の交点を B とする。PT = 3，OT = 2 のとき，線分 PB の長さを求めよ。



(4) 右図のように，△ABC の外心を O とし，
$\angle \mathrm{OCB} = 15^\circ$，$\angle \mathrm{OAB} = 20^\circ$ とするとき，
角 α の大きさを求めよ。



(5) 右図のように，△ABC の内心を I，AI の延長と辺 BC との交点を D とする。
AB = 4，BC = 5，CA = 6 のとき，線分 BD の長さを求めよ。



[α −11] 集合と論理

(1) 3つの集合を $A = \{x \mid x$ は3以下の正の整数$\}$, $B = \{x \mid x$ は3の正の約数$\}$,

$C = \{x \mid x$ は3以下の正の奇数$\}$ とする。

次の □ に適する記号を ⊃ , ⊂ , = の中から選んで入れよ。

① A □ B ② B □ C

(2) 2つの集合 $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ について，集合 $A \cap B$ を要素を書き並べる方法で表せ。

(3) 1から100までの自然数のうち，4の倍数または5の倍数である数の個数を求めよ。

(4) 命題「$x < 1$ ならば $x^2 < 1$」は偽である。反例を1つ示せ。

(5) 次の □ に適するものを，下の(ア)～(エ)の中から選び，記号で答えよ。

「n は自然数とする。n が2の倍数であることは，n が6の倍数であるための □ 。」

(ア) 必要条件であるが，十分条件ではない

(イ) 十分条件であるが，必要条件ではない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

[α −12] 場合の数と確率

(1) ${}_6C_4$ の値を求めよ。

(2) $(a+b+c+d)(x+y+z)$ を展開したとき，項の数はいくつあるか。

(3) 7人の生徒の中から，委員長，副委員長，書記，会計を1人ずつ4人選ぶとき，その選び方は何通りあるか。

(4) 大小2個のさいころを同時に投げるとき，出る目の和が8となる確率を求めよ。

(5) 8本のくじがあり，そのうち，当たりくじは3本，はずれくじは5本である。この中から2本のくじを同時に引くとき，両方とも当たりくじである確率を求めよ。

［α－13］ 場合の数と確率 （確率は除く）

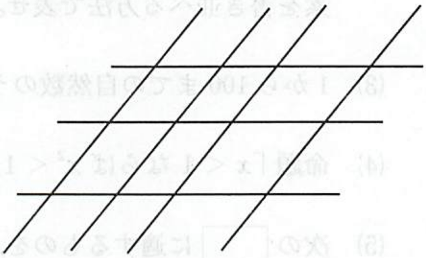
(1) ${}_9P_2$ の値を求めよ。

(2) 60 の正の約数の個数を求めよ。

(3) 4 人がじゃんけんをするとき，全部で何通りの出し方があるか。

(4) 7 人の子どもが円形のテーブルのまわりに座るとき，その並び方は何通りあるか。

(5) 右図のように，3 本の平行線と 4 本の平行線が交わっている。
この図の中に平行四辺形はいくつあるか。



［α－14］ 方程式と不等式

(1) 多項式 $A = 2x^2+x-4$, $B = 6x^2-2x-5$ のとき，$3A-B$ を求めよ。

(2) $3x^2+5x-2$ を因数分解せよ。

(3) 不等式 $0.2x-1 \geqq 0.4x-1.5$ を解け。

(4) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\dfrac{1}{\sqrt{20}}$ を計算せよ。

(5) 2 次方程式 $x^2-x+a=0$ の解の 1 つが 2 であるとき，定数 a の値を求めよ。
また，他の解を求めよ。

［α－15］ 2 次関数

(1) 次の文の □ に適する数を入れよ。
2 次関数 $y=2(x+1)^2+3$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に ［①］，y 軸方向に ［②］ だけ平行移動したグラフである。

(2) 1 辺の長さが x cm の立方体の表面積を y cm^2 とするとき，y を x の式で表せ。

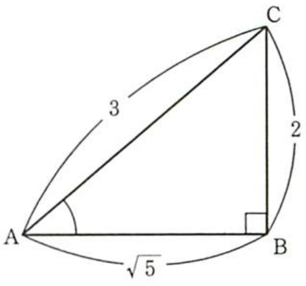
(3) 2 次関数 $y=x^2+2x-3$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ。

(4) 2 次関数 $y=x^2-6x+7$ の $-1 \leqq x \leqq 5$ における最小値を求めよ。

(5) 2 次不等式 $x^2-2x-15<0$ を解け。

［α − 16］ **図形と計量**

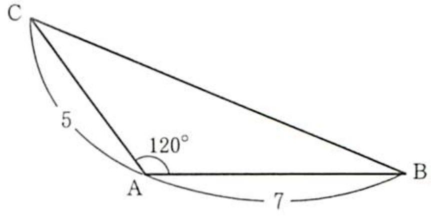
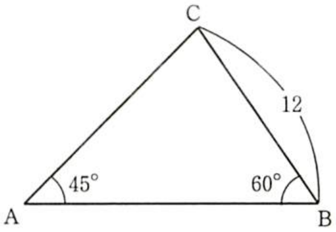
(1) 右図の直角三角形 ABC において，$\sin A$ の値を求めよ。



(2) $\tan 60^\circ \times \cos 120^\circ$ の値を求めよ。

(3) $90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，等式 $\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす角 θ の値を求めよ。

(4) 右図の △ABC において， AB = 7，AC = 5，$A = 120^\circ$ のとき，△ABC の面積を求めよ。



(5) 右図の △ABC において， BC = 12，$A = 45^\circ$，$B = 60^\circ$ のとき，辺 AC の長さを求めよ。