



平成 19 年 4 月 12 日 実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

# 数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏	
				名	

## 注 意 事 項

1. 問題用紙と解答用紙はこの冊子にはさんであります。
  2.  $SI\alpha$  または  $SI\beta$  のうち、学校で指定されたいずれか一方を解答して下さい。
    - $SI\alpha$  は、1 ページ～5 ページに印刷してあります。  
選択問題については、 $[\alpha - 1]$  から  $[\alpha - 7]$  までの 7 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答して下さい。
    - $SI\beta$  は、6 ページ～9 ページに印刷してあります。  
選択問題については、 $[\beta - 1]$  から  $[\beta - 5]$  までの 5 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答して下さい。
  3. 解答はすべて  $SI\alpha$ 、 $SI\beta$  専用の解答用紙に記入して下さい。
  4. 解答用紙の記入する欄を間違えないように注意して下さい。
- ※  $\beta$  共通問題 の (10) は途中経過を書く問題です。

# SIα 学 力 テ ス ト

## α 共通問題

次の問いに答えよ。

- (1)  $2x^2 \times (x^2)^3$  を計算せよ。
- (2)  $5x^2 - 12x + 4$  を因数分解せよ。
- (3)  $(2 + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{2})$  を計算せよ。
- (4) 2次方程式  $2x^2 + 5x + 1 = 0$  を解け。
- (5)  $x = 1, 2, 3, 4$  のうち、不等式  $3 + 5x > 3x + 7$  を満たしているものはどれか。すべて答えよ。
- (6) 2次関数  $y = -2x^2 + 5$  において、 $x = -1$  のとき  $y$  の値を求めよ。
- (7)  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフを、頂点が点  $(3, -1)$  となるように平行移動させたグラフを表す2次関数を、次の(ア)～(エ)から1つ選び、記号で答えよ。  

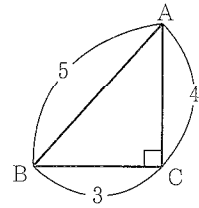
(ア) $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 1$	(イ) $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 1$
(ウ) $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$	(エ) $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 1$
- (8) 2次関数  $y = x^2 + 1$  の  $-1 \leq x \leq 3$  における最大値と最小値を求めよ。
- (9) 2次関数  $y = x^2 + 2x - 1$  のグラフと  $x$  軸との共有点の個数を求めよ。
- (10) 2次不等式  $x^2 - x - 6 \leq 0$  を解け。

$\alpha$  選択問題

[ $\alpha - 1$ ] から [ $\alpha - 7$ ] までの7群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

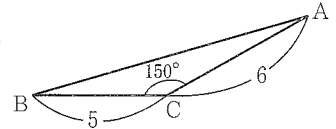
[ $\alpha - 1$ ] 図形と計量

- (1) 右図のような  $AB = 5$ ,  $BC = 3$ ,  $CA = 4$ ,  $\angle C = 90^\circ$  である直角三角形  $ABC$  において,  $\cos A$  の値を求めよ。

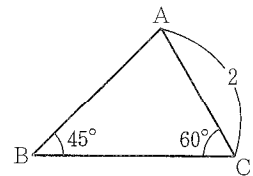


- (2)  $\tan 120^\circ$  の値を求めよ。

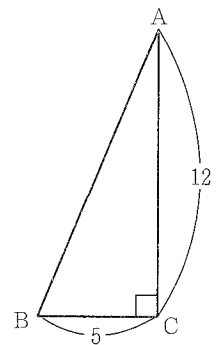
- (3) 右図のような  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ ,  $\angle C = 150^\circ$  である  $\triangle ABC$  の面積を求めよ。



- (4) 右図のような  $CA = 2$ ,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$  の  $\triangle ABC$  がある。辺  $AB$  の長さを求めよ。



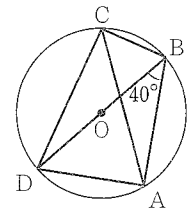
- (5) 右図のような  $BC = 5$ ,  $CA = 12$ ,  $\angle C = 90^\circ$  の直角三角形  $ABC$  がある。辺  $AC$  を軸として, この三角形を1回転させてできる立体の体積を求めよ。  
ただし, 円周率を  $\pi$  とする。



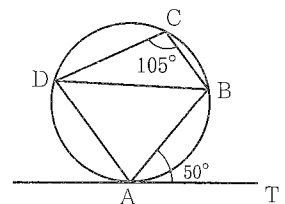
[ $\alpha - 2$ ] 平面図形

- (1)  $\triangle ABC$  において,  $AB = 4$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 7$  のとき,  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  を小さい方から順に並べよ。

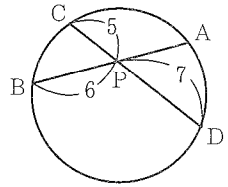
- (2) 右図のように,  $BD$  を直径とする円  $O$  に内接する四角形  $ABCD$  がある。  
 $\angle ABD = 40^\circ$  のとき,  $\angle ACB$  の大きさを求めよ。



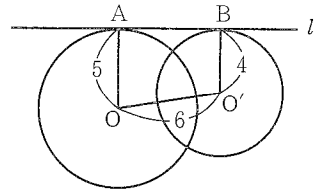
- (3) 右図のように, 円に内接する四角形  $ABCD$  がある。また, 直線  $AT$  は, 点  $A$  でこの円に接している。  
 $\angle BAT = 50^\circ$ ,  $\angle BCD = 105^\circ$  のとき,  $\angle ABD$  の大きさを求めよ。



- (4) 右図のように、円の2つの弦  $AB$ ,  $CD$  が円の内部の点  $P$  で交わっている。  $BP=6$ ,  $CP=5$ ,  $DP=7$  のとき、  $AP$  の長さを求めよ。



- (5) 右図において、直線  $l$  は2つの円  $O$ ,  $O'$  の共通接線で、点  $A$ ,  $B$  は接点である。  $OO'=6$ ,  $OA=5$ ,  $O'B=4$  のとき、線分  $AB$  の長さを求めよ。

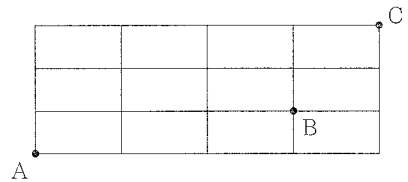


[ $\alpha-3$ ] 集合と論理

- (1) 50 以下の自然数のうち、4 の倍数の個数を求めよ。
- (2) 全体集合を  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  とし、その部分集合を  $A = \{1, 2, 5, 7\}$ ,  $B = \{3, 5, 8\}$  とする。集合  $\overline{A} \cap B$  を要素を書き並べる方法で表せ。  
ただし、 $\overline{A}$  は集合  $A$  の補集合である。
- (3) 次の (ア) ~ (エ) の命題のうち、真であるものをすべて選び、記号で答えよ。  
ただし、 $a, b, c, x$  は実数とする。
- (ア) 2 の倍数は、4 の倍数である。
  - (イ)  $x=1$  ならば、 $x^2-4x+3=0$  である。
  - (ウ)  $ac=bc$  ならば、 $a=b$  である。
  - (エ)  $x < 3$  ならば、 $x < 4$  である。
- (4) 次の  に適するものを (ア) ~ (エ) の中から 1 つ選び、記号で答えよ。  
「四角形  $ABCD$  がひし形であることは、四角形  $ABCD$  が正方形であるための  。」
- (ア) 必要条件であるが、十分条件でない
  - (イ) 十分条件であるが、必要条件でない
  - (ウ) 必要十分条件である
  - (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (5) 命題「 $xy \neq 8$  ならば、 $x \neq 4$  または  $y \neq 2$  である。」の対偶とその真偽を書け。  
ただし、 $x, y$  は実数とする。

[ $\alpha - 4$ ] 場合の数と確率

- (1) 5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 の中から異なる数字を用いてできる 3 桁の整数は何個あるか。
- (2) 7 人の生徒から図書委員を 3 人選ぶ方法は何通りあるか。
- (3) 右図のような道のある町で、A から B を通って C まで行く最短距離の道順は何通りあるか。



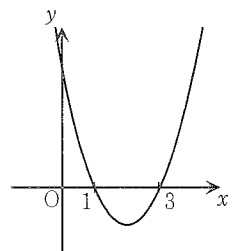
- (4) 白球 4 個, 黒球 5 個の球が入っている袋から同時に 3 個の球を取り出すとき, 白球 2 個, 黒球 1 個である確率を求めよ。
- (5) 1 枚の硬貨を続けて 4 回投げるとき, 表がちょうど 2 回出る確率を求めよ。

[ $\alpha - 5$ ] 方程式と不等式

- (1) 2 次方程式  $x^2 + 6x = 7$  を解け。
- (2) 不等式  $\frac{x-2}{2} < \frac{x}{3}$  を解け。
- (3)  $\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$  の分母を有理化せよ。
- (4)  $(x-1)^2(x+1)^2$  を展開せよ。
- (5) 2 次方程式  $x^2 - 4x + k = 0$  が  $x = 1$  を解にもつとき, 定数  $k$  の値を求めよ。

[ $\alpha - 6$ ] 2 次関数 (2 次不等式は除く)

- (1) 2 次関数  $y = -(x-2)^2 + 5$  のグラフについて, 頂点の座標を求めよ。
- (2) 2 次関数  $y = x^2 + 3x + 2$  のグラフと  $x$  軸との共有点の  $x$  座標を求めよ。
- (3) 2 次関数  $y = x^2 - 6x + k$  が最小値  $-4$  をとるとき, 定数  $k$  の値を求めよ。
- (4) 2 次関数  $y = x^2 + 4x - m$  のグラフが  $x$  軸と接するとき, 定数  $m$  の値を求めよ。
- (5) 2 次関数  $y = x^2 + bx + c$  のグラフが右図のようになるとき, 定数  $b, c$  の値を求めよ。



[ $\alpha - 7$ ] **図形と計量** (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量は除く)

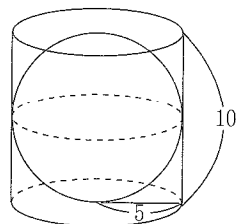
- (1)  $\sin 30^\circ$  の値を求めよ。
- (2)  $\theta$  が鋭角で  $\cos \theta = \frac{3}{4}$  のとき,  $\sin \theta$  の値を求めよ。
- (3)  $\sin 120^\circ \times \cos 120^\circ$  の値を求めよ。
- (4) 次の三角比の中で,  $\cos 70^\circ$  と値が等しいものを(ア)~(エ)から1つ選び, 記号で答えよ。  
(ア)  $\cos 20^\circ$     (イ)  $\sin 20^\circ$     (ウ)  $\cos 30^\circ$     (エ)  $\sin 30^\circ$
- (5)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  で,  $\tan \theta = -1$  を満たす  $\theta$  の値を求めよ。

# S I β 学 力 テ ス ト

## β 共通問題

次の問いに答えよ。

- (1)  $\frac{-1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  を計算せよ。
- (2)  $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 3$  を因数分解せよ。
- (3) 不等式  $\frac{4x-1}{5} - \frac{2x}{3} + 1 < 0$  を解け。
- (4) 2次関数  $y = x^2 + bx + c$  のグラフの頂点の座標が  $(3, 2)$  であるとき、定数  $b, c$  の値を求めよ。
- (5) 2次不等式  $-x^2 + x + 1 \geq 0$  を解け。
- (6) 放物線  $y = 2x^2$  を  $x$  軸方向に  $-3$ ,  $y$  軸方向に  $1$  だけ平行移動させた放物線の方程式を求めよ。
- (7)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき、等式  $2 \sin \theta - 1 = 0$  を満たす角  $\theta$  の値を求めよ。
- (8) 右図のように、底面の半径が  $5$ , 高さが  $10$  である円柱と、それに内接している球がある。円柱の側面積と球の表面積の比を最も簡単な整数比で表せ。



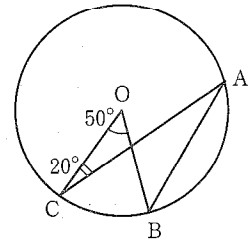
- (9)  $\triangle ABC$  において、 $AB = 7$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 3\sqrt{2}$  であるとき、 $\angle A$  の大きさを求めよ。
- (10) 次の問いに答えよ。(途中経過を書け)
  - (ア) 2次関数  $y = x^2 - 2kx + k$  の最小値を  $m$  とするとき、 $m$  を  $k$  を用いた式で表せ。
  - (イ) (ア)で求めた  $m$  に対し、 $m$  の最大値とそのときの  $k$  の値を求めよ。

**β 選択問題**

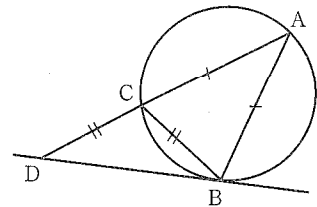
[β-1] から [β-5] までの5群のうち、学校で指定された2群を  
解答すること。

[β-1] **平面図形**

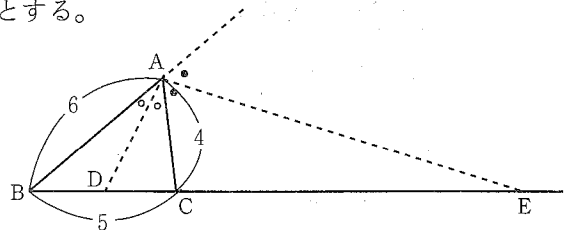
- (1) 右図のように、円Oの円周上に3点A, B, Cがある。  
 $\angle BOC = 50^\circ$ ,  $\angle ACO = 20^\circ$  のとき、 $\angle ABO$  の  
 大きさを求めよ。



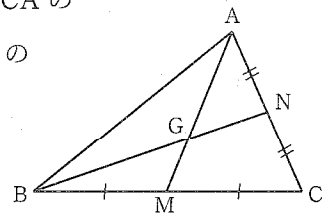
- (2) 右図のように、 $AB=AC$  の二等辺三角形 ABC  
 (ただし、 $\angle A < 60^\circ$  とする) が円に内接して  
 いる。ACの延長線と点Bにおけるこの円の  
 接線との交点をDとする。BC=CDとなる  
 とき、 $\angle BDC$  の大きさを求めよ。



- (3) 右図の  $\triangle ABC$  において、 $\angle A$  およびその外角の二等分線が、  
 直線 BC と交わる点をそれぞれ D, E とする。  
 $AB = 6$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 4$  のとき、  
 DE の長さを求めよ。



- (4) 右図の  $\triangle ABC$  において、点 M, N はそれぞれ辺 BC, CA の  
 中点である。線分 AM, BN の交点を G とし、 $\triangle AGN$  の  
 面積を 1 とするとき、 $\triangle ABC$  の面積を求めよ。





[β-2] 集合と論理

- (1) 次の (ア) ~ (オ) の命題のうち、真であるものをすべて選び記号で答えよ。  
ただし、 $a, b, c, x$  は実数、 $n$  は自然数とする。
- (ア)  $x^2 - 8x + 16 = 0$  ならば、 $x = 4$  である。  
 (イ)  $0 < x \leq 3$  ならば、 $-2 < x < 3$  である。  
 (ウ)  $ac = bc$  ならば、 $a = b$  である。  
 (エ) 「四角形 ABCD は正方形」ならば、「四角形 ABCD はひし形」である。  
 (オ) 「 $n$  は 24 の約数」ならば、「 $n$  は 6 の約数」である。
- (2) 全体集合を  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  とする。 $U$  の 2 つの部分集合  $A, B$  について、 $\overline{A} \cap B = \{3, 9\}$ ,  $A \cap \overline{B} = \{2, 4\}$ ,  $\overline{A \cup B} = \{5, 7, 8\}$  が成り立つとき、集合  $A$  を要素を書き並べる方法で表せ。
- (3) 100 以下の自然数のうち、4 または 6 で割り切れる数の個数を求めよ。
- (4) 次の ( ) にあてはまるものを下の ① ~ ④ から選び、記号で答えよ。  
実数  $x$  に対して、( ) は  $x^2 = 16$  であるための、必要条件であるが、十分条件でない。

- |           |                        |             |           |
|-----------|------------------------|-------------|-----------|
| ① $x = 4$ | ② $x = -4$ または $x = 4$ | ③ $ x  > 0$ | ④ $x < 0$ |
|-----------|------------------------|-------------|-----------|

[β-3] 場合の数と確率

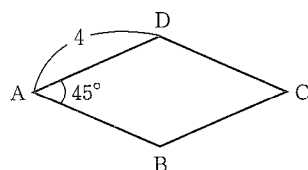
- (1) 男子 3 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、男女が交互に並ぶ並び方は何通りあるか。
- (2) 6 枚のカード  $\boxed{0}$   $\boxed{1}$   $\boxed{1}$   $\boxed{1}$   $\boxed{2}$   $\boxed{2}$  がある。これらのカードをすべて使ってできる 6 桁の整数は何個あるか。
- (3) 8 本のくじの中に 3 本の当たりくじが入っている。この 8 本のくじから同時に 3 本をひくとき、少なくとも 1 本が当たりくじである確率を求めよ。
- (4) 袋の中に赤球 5 個と青球 4 個が入っている。この袋の中から 1 個の球を取り出して色を確認し、もとに戻したあともう一度 1 個を取り出す。取り出した球が 2 個とも同じ色である確率を求めよ。

[β-4] 数学 I ①

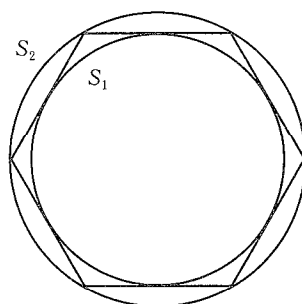
(1) 2次方程式  $x^2 - 3x + m = 0$  が異なる2つの実数解をもつように定数  $m$  の値の範囲を定めよ。

(2) 2次関数  $y = -x^2 + 4ax + a^2$  の最大値が5のとき、定数  $a$  の値を求めよ。

(3) 右図のような1辺の長さが4、 $\angle A = 45^\circ$  のひし形 ABCD の面積を求めよ。



(4) 1辺の長さが2の正六角形に内接する円  $S_1$  と、外接する円  $S_2$  がある。 $S_1$  と  $S_2$  の面積比を最も簡単な整数比で表せ。



[β-5] 数学 I ②

(1)  $x = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ,  $y = \sqrt{6} - \sqrt{2}$  のとき、 $x^2 + y^2$  の値を求めよ。

(2) 放物線  $y = (x+1)^2 + 3$  を  $y$  軸に関して対称移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

(3)  $\frac{1}{\cos^2 150^\circ} - \tan^2 150^\circ$  の値を求めよ。

(4)  $2 + \sqrt{3}$  の整数部分を  $a$ 、小数部分を  $b$  とするとき、 $b^2 - 4a$  の値を求めよ。