SⅢ

平成19年11月14日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数学学力テスト

（時間50分）

第　学年　組　番	氏名	

注意事項

1. 解答はすべて解答用紙に記入して下さい。
2. 次のⅠ型，Ⅱ型，Ⅲ型の3つの型の中から，学校で指定されたものを選んで解答して下さい。
各型とも◎印は必修問題で，○印は選択問題です。
3. Ⅰ型は2つの○印から1題，Ⅱ型は4つの○印から2題，Ⅲ型は7つの○印から3題，
学校で指示された方法で選択して解答して下さい。
4. 各型とも100点満点です。　　　　※◎は必修問題，○は選択問題

問題	出題分野	Ⅰ型	Ⅱ型	Ⅲ型	解答形式	配点
【1】	数学Ⅰ	◎	◎	◎	客観	14
【2a】	数学Ⅰ	◎	○		客観	21
【2b】	数学Ⅰ			○	客観	14
【3】	数学Ⅰ	◎	◎		客観・記述	15
【4】	数学Ⅰ	◎			客観・記述	15
【5】	数学Ⅰ	○			客観	35
【6a】	数学A	○			客観	35
【6b】	数学A		○		客観	21
【6c】	数学A			○	客観	14
【7】	数学Ⅱ		◎	◎	客観	7
【8】	数学Ⅱ		◎		客観	7
【9】	数学Ⅱ		◎	◎	記述	15
【10a】	数学Ⅱ		○		客観	21
【10b】	数学Ⅱ			○	客観	14
【11a】	数学B		○		客観	21
【11b】	数学B			○	客観	14
【12】	数学Ⅲ			◎	客観	7
【13】	数学Ⅲ			◎	記述	15
【14】	数学Ⅲ			○	客観	14
【15】	数学C			○	客観	14
【16】	数学Ⅲ・数学C			○	客観	14

※ 解答形式が記述式のものについては，途中経過を記入すること。

S　Ⅲ　学　力　テ　ス　ト

数学Ⅰ　Ⅰ型 必修　Ⅱ型 必修　Ⅲ型 必修

【1】 次の各問いに答えよ。

(1) $x=-1+\sqrt{5}$ のとき，x^2+2x-6 の値を求めよ。

(2) 放物線 $y=x^2+ax+b$ を x 軸方向に 3，y 軸方向に 5 だけ平行移動すると，放物線 $y=x^2+x$ に重なるという。このとき，定数 a，b の値を求めよ。

数学Ⅰ　Ⅰ型 必修　Ⅱ型 選択　Ⅲ型 ／

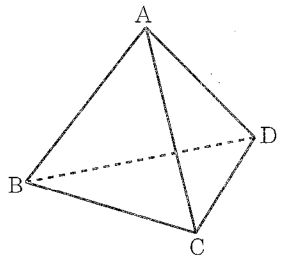
Ⅱ型の選択は，次より 2 題選択
【2 a】【6 b】【10 a】【11 a】

【2 a】 次の各問いに答えよ。

(1) 不等式 $\dfrac{2-x}{3}<\dfrac{x+1}{2}$ を解け。

(2) 放物線 $y=x^2-ax+a$ が，x 軸と共有点をもたないように定数 a の値の範囲を定めよ。

(3) 1 辺が 2 である正四面体 ABCD の体積を求めよ。



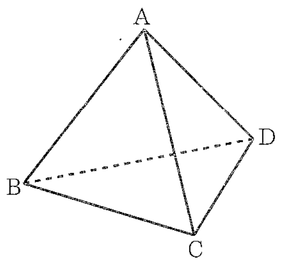
数学Ⅰ　Ⅰ型 ／　Ⅱ型 ／　Ⅲ型 選択

Ⅲ型の選択は，次より 3 題選択
【2 b】【6 c】【10 b】【11 b】【14】【15】【16】

【2 b】 次の各問いに答えよ。

(1) 放物線 $y=x^2-ax+a$ が，x 軸と共有点をもたないように定数 a の値の範囲を定めよ。

(2) 1 辺が 2 である正四面体 ABCD の体積を求めよ。



数学 I	I型 必修	II型 必修	III型 ／

【3】 $\triangle ABC$ において，$AB=2\sqrt{2}$，$BC=2$，$\angle C=135^\circ$ とする。
このとき，次の各問いに答えよ。

(i) $\triangle ABC$ に外接する円の半径を求めよ。

(ii) AC の長さを求めよ。(途中経過を書け)

数学 I	I型 必修	II型 ／	III型 ／

【4】 2点 $A(-1,\ 1)$，$B(-4,\ 4)$ について，次の条件を満たす放物線をグラフとする2次関数を求めよ。

(i) 点Aを頂点とし，点Bを通る。

(ii) 2点A，Bを通り，x 軸に接する。(途中経過を書け)

数学 I	I型 選択	II型 ／	III型 ／

I型の選択は，次より1題選択
【5】【6a】

【5】 次の各問いに答えよ。

(1) x^2-4y^2+4y-1 を因数分解せよ。

(2) 不等式 $x^2+5x-4 \geqq 0$ を解け。

(3) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，等式 $\sqrt{3}\tan\theta+3=0$ を満たす θ の値を求めよ。

(4) 不等式 $|x-1| \leqq 2$ を解け。

(5) 関数 $y=x^2-3x+5$ の $-1 \leqq x \leqq 2$ における最大値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

数学A　Ⅰ型 選択　Ⅱ型　Ⅲ型　　Ⅰ型の選択は，次より1題選択
【5】【6a】

【6a】 次の各問いに答えよ。

(1) 数直線上の集合 A，B を，$A=\{x \mid x^2-x-6<0\}$，$B=\{x \mid x^2-5x>0\}$ とする。$A\cap\overline{B}$ を求めよ。ただし，$\overline{B}$ は B の補集合を表すものとする。

(2) KANAGAWA の8個の文字すべてを一列に並べたときに，G と W が隣り合う場合は何通りあるか求めよ。

(3) $(x^2-2x)^6$ を展開したとき，x^7 の項の係数を求めよ。

(4) $\boxed{1}$，$\boxed{1}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の6枚のカードの中から同時に2枚のカードを取り出すとき，数字が異なる確率を求めよ。

(5) 袋の中に1，2，3，4の数字が書かれた4個のボールがある。袋からボールを1個取り出し，数字を記録して袋に戻す。これを2回繰り返し，最初に取り出したボールの数字を a，2回目に取り出したボールの数字を b とする。a と b がともに奇数の場合は和 $a+b$ を得点とし，それ以外の場合は積 ab を得点とする。このとき，得点の期待値を求めよ。

数学A　Ⅰ型　Ⅱ型 選択　Ⅲ型　　Ⅱ型の選択は，次より2題選択
【2a】【6b】【10a】【11a】

【6b】 次の各問いに答えよ。

(1) $(x^2-2x)^6$ を展開したとき，x^7 の項の係数を求めよ。

(2) $\boxed{1}$，$\boxed{1}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の6枚のカードの中から同時に2枚のカードを取り出すとき，数字が異なる確率を求めよ。

(3) 袋の中に1，2，3，4の数字が書かれた4個のボールがある。袋からボールを1個取り出し，数字を記録して袋に戻す。これを2回繰り返し，最初に取り出したボールの数字を a，2回目に取り出したボールの数字を b とする。a と b がともに奇数の場合は和 $a+b$ を得点とし，それ以外の場合は積 ab を得点とする。このとき，得点の期待値を求めよ。

数学A　Ⅰ型　Ⅱ型　Ⅲ型 選択　　Ⅲ型の選択は，次より3題選択
【2b】【6c】【10b】【11b】【14】【15】【16】

【6c】 次の各問いに答えよ。

(1) $\boxed{1}$，$\boxed{1}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の6枚のカードの中から同時に2枚のカードを取り出すとき，数字が異なる確率を求めよ。

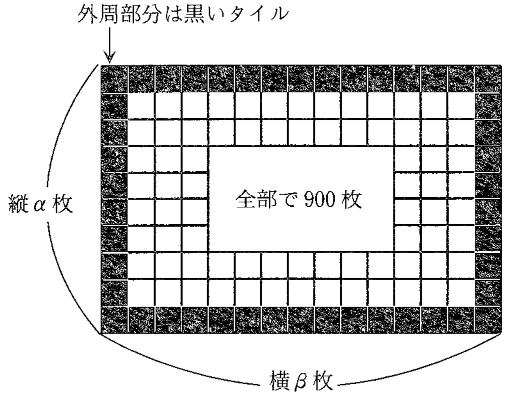
(2) 袋の中に1，2，3，4の数字が書かれた4個のボールがある。袋からボールを1個取り出し，数字を記録して袋に戻す。これを2回繰り返し，最初に取り出したボールの数字を a，2回目に取り出したボールの数字を b とする。a と b がともに奇数の場合は和 $a+b$ を得点とし，それ以外の場合は積 ab を得点とする。このとき，得点の期待値を求めよ。

数学Ⅱ	Ⅰ型	／	Ⅱ型	必修	Ⅲ型	必修

【7】 同じ大きさで，様々な色の正方形のタイルが全部で900枚ある。これを長方形になるように隙間なく敷き詰めて，1枚の絵を描く。その際，外周部分は黒で統一したい。黒いタイルは最低何枚以上必要か，以下の空欄を埋めよ。

① 出来上がった絵の，縦に使う枚数を α 枚，横に使う枚数を β 枚，外周部分に必要な枚数を n 枚とすると，

$n = \boxed{ア}(\alpha+\beta)-4$



② また，$\alpha\beta = \boxed{イ}$

③ ここで，α と β を解にもつような2次方程式 $(x-\alpha)(x-\beta)=0$ を考える。この式は展開して

$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

と書けるので，①，②を用いて α と β を消去すると，

$x^2-\boxed{ウ}x+\boxed{エ}=0$

よって，$\dfrac{n+4}{2}=x+\dfrac{900}{x}\quad(x \neq 0)$ ―― (A) となる。

④ (A)の右辺に，相加平均と相乗平均の関係を用いると，

$\dfrac{n+4}{2}=x+\dfrac{900}{x} \geqq \boxed{オ}$ （等号成立は $x=\boxed{カ}$ のとき）

⑤ 以上より，外周部分に必要な枚数 n の最小数は $\boxed{キ}$ となり，これより少ない場合，絵の外周を黒で統一することはできない。

数学Ⅱ	Ⅰ型	／	Ⅱ型	必修	Ⅲ型	／

【8】 不等式 $\log_2(x-2)+\log_2(x-5)<2$ を解け。

数学Ⅱ	Ⅰ型	／	Ⅱ型	必修	Ⅲ型	必修

【9】 曲線 $C: y=-x^2+4x$ について，次の各問いに答えよ。（途中経過を書け）

(i) 点 $(0,\ 1)$ から曲線 C に引いた接線のうち，接点が第1象限にあるものの方程式を求めよ。

(ii) (i)で求めた接線と y 軸および曲線 C とで囲まれた部分の面積 S を求めよ。

数学Ⅱ　Ⅰ型　Ⅱ型 選択　Ⅲ型

Ⅱ型の選択は，次より２題選択
【２ａ】【６ｂ】【10ａ】【11ａ】

【10ａ】 次の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{(1+2i)(a+i)}{3-2i}$ が実数となるように，実数 a の値を定めよ。ただし，i は虚数単位とする。

(2) 円 $x^2+y^2=4$ と直線 $y=x+1$ の２つの交点を結ぶ線分の長さを求めよ。

(3) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y=-2\sin\theta-\cos 2\theta$ の最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

数学Ⅱ　Ⅰ型　Ⅱ型　Ⅲ型 選択

Ⅲ型の選択は，次より３題選択
【２ｂ】【６ｃ】【10ｂ】【11ｂ】【14】【15】【16】

【10ｂ】 次の各問いに答えよ。

(1) 円 $x^2+y^2=4$ と直線 $y=x+1$ の２つの交点を結ぶ線分の長さを求めよ。

(2) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y=-2\sin\theta-\cos 2\theta$ の最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

数学B	Ⅰ型	／	Ⅱ型	選択	Ⅲ型	／

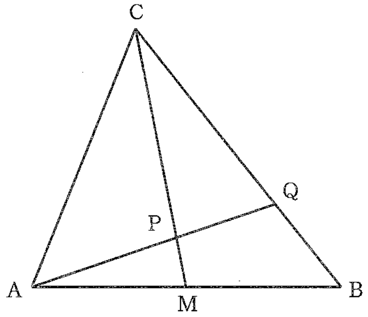
Ⅱ型の選択は，次より2題選択
【2a】【6b】【10a】【11a】

【11a】 次の各問いに答えよ。

(1) 空間において，3点 A(3，2，1)，B(5，−2，−5)，C(6，3，−1) を頂点とする△ABC の ∠C の大きさを求めよ。

(2) $a_1=1$，$a_{n+1}=4a_n+3$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) △ABC において，辺 AB の中点を M，線分 CM を 4 : 1 に内分する点を P とする。頂点 A と P を通る直線が辺 BC と交わる点を Q としたとき，$\overrightarrow{AQ}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ で表せ。



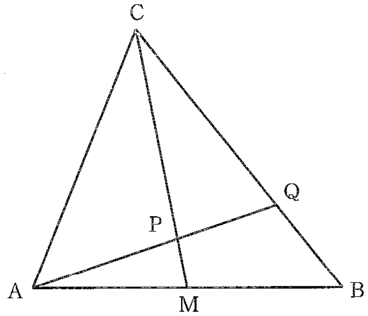
数学B	Ⅰ型	／	Ⅱ型	／	Ⅲ型	選択

Ⅲ型の選択は，次より3題選択
【2b】【6c】【10b】【11b】【14】【15】【16】

【11b】 次の各問いに答えよ。

(1) $a_1=1$，$a_{n+1}=4a_n+3$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) △ABC において，辺 AB の中点を M，線分 CM を 4 : 1 に内分する点を P とする。頂点 A と P を通る直線が辺 BC と交わる点を Q としたとき，$\overrightarrow{AQ}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ で表せ。



数学Ⅲ	Ⅰ型	／	Ⅱ型	／	Ⅲ型	必修

【12】 $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ とする。$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ。

数学Ⅲ	Ⅰ型	／	Ⅱ型	／	Ⅲ型	必修

【13】 曲線 $D: y = \dfrac{x^2}{e^x}$ について，次の各問いに答えよ。

ただし，$\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$，$\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{e^x} = +\infty$ である。（途中経過を書け）

(i) 増減表を用いて曲線 D の極値を求めよ。ただし，凹凸を調べる必要はない。

(ii) k を定数とする。曲線 D と直線 $y = k$ が異なる3個の共有点をもつように k の値の範囲を定めよ。

数学Ⅲ	Ⅰ型	／	Ⅱ型	／	Ⅲ型	選択

Ⅲ型の選択は，次より3題選択
【2 b】【6 c】【10 b】【11 b】【14】【15】【16】

【14】 次の各問いに答えよ。

(1) 極限 $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x \tan x}{1 - \cos x}$ を求めよ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_1^{e^2} x^2 \log x dx$ を求めよ。

数学C	Ⅰ型	／	Ⅱ型	／	Ⅲ型	選択

Ⅲ型の選択は，次より3題選択
【2 b】【6 c】【10 b】【11 b】【14】【15】【16】

【15】 次の各問いに答えよ。

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ に対して，行列 $X = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 4 \end{pmatrix}$ が条件 $AX = XA$ を満たすように定数 a，b の値を求めよ。

(2) 放物線 $y^2 - 6y - 4x + 9 = 0$ の焦点の座標と準線の方程式を求めよ。

数学Ⅲ・C	Ⅰ型	／	Ⅱ型	／	Ⅲ型	選択

Ⅲ型の選択は，次より3題選択
【2 b】【6 c】【10 b】【11 b】【14】【15】【16】

【16】 次の各問いに答えよ。

(1) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ の和を求めよ。

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ に対して，$A - kE$ が逆行列をもたないように定数 k の値を求めよ。ただし，E は単位行列を表すものとする。