



平成 19 年 11 月 14 日 実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

# 数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏 名	
---	----	---	---	--------	--

## 注 意 事 項

1. 解答用紙はこの問題用紙にはさんであります。
2. SII  $\alpha$  または SII  $\beta$  のうち、学校で指定されたいずれか一方を解答して下さい。
  - SII  $\alpha$  は、1 頁～9 頁に印刷してあります。  
[ $\alpha - 1$ ] から [ $\alpha - 16$ ] までの 16 群のうちから、学校で指定された 4 群を解答して下さい。
  - SII  $\beta$  は、10 頁～14 頁に印刷してあります。  
**β 選択問題** については、[ $\beta - 1$ ] から [ $\beta - 9$ ] までの 9 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答して下さい。
3. 解答はすべて解答用紙に記入して下さい。
4. 解答用紙の記入する欄を間違えないように注意して下さい。

# S II $\alpha$ 学 力 テ ス ト

[ $\alpha-1$ ] **式と証明・高次方程式** (この選択群で使用している  $i$  は虚数単位とする)

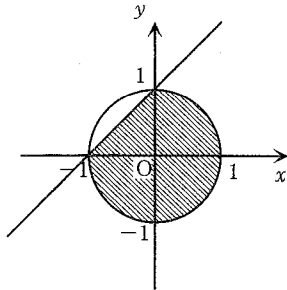
- (1)  $\frac{2x-4}{x^2+x-6}$  を簡単にせよ。
- (2)  $(1+2i)(3-i)$  を計算せよ。
- (3)  $x$  の整式  $2x^3-6x^2+x+1$  を  $x-3$  で割ったときの商と余りを求めよ。
- (4) 方程式  $x^3-2x^2-x+2=0$  を解け。
- (5) 等式  $(x-a)(x-1)=x^2+4x-5$  が  $x$  についての恒等式となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

[ $\alpha-2$ ] **図形と方程式**

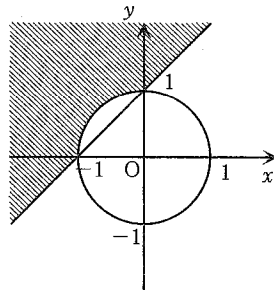
- (1) 2点  $A(a, 2)$ ,  $B(4, 6)$  を結ぶ線分  $AB$  の中点  $M$  の座標が  $(0, 4)$  となるように定数  $a$  の値を定めよ。
- (2) 点  $(4, 3)$  を通り、直線  $y=2x$  に平行な直線の方程式を求めよ。
- (3) 点  $(-5, 0)$  を中心とし、原点を通る円の方程式を求めよ。
- (4) 連立不等式  $\begin{cases} x^2+y^2 \leq 1 \\ y \geq x+1 \end{cases}$  が表す領域を、斜線部分で示している図はどれか。

次の (ア) ~ (イ) の中から 1 つ選び記号で答えよ。ただし、すべての図において領域の境界線を含むものとする。

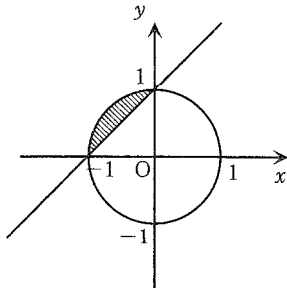
(ア)



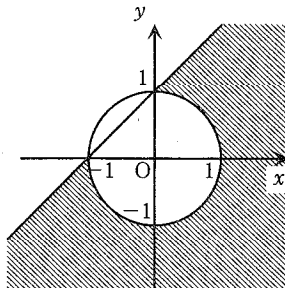
(イ)



(ウ)



(エ)



- (5) 点  $C(4, -2)$  に対して、等式  $CP=3$  を満たす点  $P$  の軌跡の方程式を求めよ。

[ $\alpha-3$ ] 三角関数

- (1)  $\sin \frac{4}{3}\pi$  の値を求めよ。
- (2) 半径 4, 中心角が  $\alpha$  である扇形の面積が  $4\pi$  であるとき,  $\alpha$  の値を弧度法で求めよ。
- (3)  $420^\circ$  を弧度法で  $\alpha+2\pi$  と表すとき,  $\alpha$  の値を求めよ。ただし,  $0 \leq \alpha \leq \pi$  とする。
- (4)  $\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$  と同じ値をとるものを次の (ア) ~ (イ) の中から 1 つ選び記号で答えよ。  
 (ア)  $\sin \frac{11}{12}\pi$     (イ)  $\sin\left(-\frac{11}{12}\pi\right)$     (ウ)  $\cos \frac{\pi}{12}$     (エ)  $-\cos \frac{\pi}{12}$
- (5)  $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{4}$  であるとき, 定数  $a, b$  の値を求めよ。

[ $\alpha-4$ ] 指数関数・対数関数

- (1)  $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{32}$  を計算せよ。
- (2) 方程式  $3^{-2x+1} = 27$  を解け。
- (3)  $\log_3 \frac{1}{9}$  の値を求めよ。
- (4)  $2 \log_2 10 - \log_2 25$  を計算せよ。
- (5) 不等式  $\log_3 x > 4$  を解け。

[ $\alpha-5$ ] 微分・積分の考え

- (1) 関数  $y = -x^3 + 5x^2 - 2x + 1$  を微分せよ。
- (2) 関数  $f(x) = 3x^2$  について,  $x = 2$  における微分係数  $f'(2)$  を求めよ。
- (3) 関数  $f(x) = x^2 + 2$  について,  $x = 1$  から  $x = 3$  まで変化するときの平均変化率を求めよ。
- (4) 放物線  $y = x^2 - 2x$  上の点  $(0, 0)$  における接線の方程式を求めよ。
- (5) 次の表は 3 次関数  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  についての増減表である。(ア), (イ) に当てはまる値を求めよ。

$x$	.....	0	.....	(イ)	.....
$y'$	+	(ア)	-	0	+
$y$	↗	極大	↘	極小	↗

[ $\alpha-6$ ] 式と証明・高次方程式 (等式の証明, 不等式の証明は除く)

(この選択群で使用している  $i$  は虚数単位とする)

- (1)  $(1+\sqrt{-4})(1-\sqrt{-9})$  を計算して,  $a+bi$  の形で表せ。
- (2)  $\frac{x^2+6}{x+2} + \frac{5x}{x+2}$  を計算せよ。
- (3) 2次方程式  $x^2+ax+b=0$  の1つの解が  $i$  のとき, 実数  $a, b$  の値を求めよ。
- (4) 2次方程式  $x^2+3x+5=0$  の2つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき,  $\alpha\beta(\alpha+\beta)$  の値を求めよ。
- (5) 2次方程式  $2x^2-5x+k=0$  が異なる2つの虚数解をもつように実数  $k$  の値の範囲を定めよ。

[ $\alpha-7$ ] 図形と方程式 (軌跡と領域は除く)

- (1) 2点  $A(4, 2), B(2, 1)$  間の距離  $AB$  を求めよ。
- (2) 2点  $A(5, 0), B(2, 3)$  を結ぶ線分  $AB$  を  $1:2$  に内分する点  $C$  の座標を求めよ。
- (3) 2点  $A(1, 2), B(3, 5)$  を通る直線の方程式を求めよ。
- (4) 円  $x^2+y^2-2x-3=0$  の中心の座標と半径を求めよ。
- (5) 4点  $A(1, 2), B(4, 3), C(5, 8), D(2, a)$  が平行四辺形  $ABCD$  をなすとき, 定数  $a$  の値を求めよ。

[α-8] 三角関数 (加法定理は除く)

(1) 次の角を表す動径のうち、同じ象限にあるものを次の(ア)～(エ)の中から選び記号で答えよ。

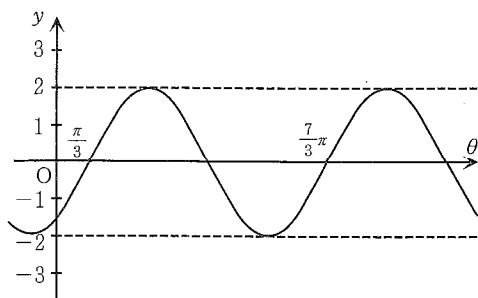
(ア)  $-150^\circ$  (イ)  $-50^\circ$  (ウ)  $100^\circ$  (エ)  $200^\circ$

(2)  $\sin \theta = -1$  のとき、 $\cos \theta$  の値を求めよ。

(3)  $\pi \leq \theta < 2\pi$  のとき、方程式  $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$  を解け。

(4)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\sin \theta \cos \theta$  の値を求めよ。

(5) 下図のグラフが表す関数を次の(ア)～(エ)の中から1つ選び記号で答えよ。



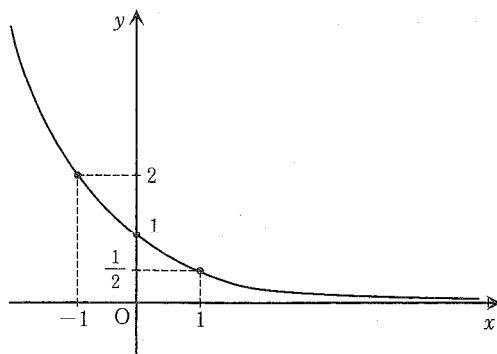
(ア)  $y = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$  (イ)  $y = 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$

(ウ)  $y = \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$  (エ)  $y = 2 \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$

- (1)  $5^{-2}$  の値を求めよ。
- (2)  $3^{\frac{7}{10}} \div 3^{\frac{1}{5}}$  を計算せよ。
- (3) 不等式  $2^{x+1} < 4$  を解け。
- (4) 次の3つの数の大きさを調べ、小さい順に左から並べよ。

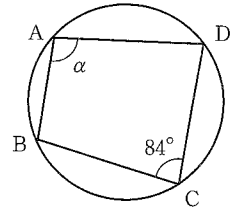
$$10, \left(\frac{1}{10}\right)^2, 10^{-3}$$

- (5) 次のグラフが表す関数を、次の(ア)～(エ)の中から1つ選び記号で答えよ。

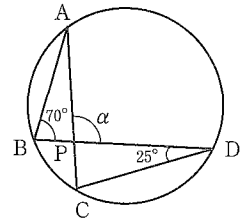


- (ア)  $y = 2^x$  (イ)  $y = -2^x$  (ウ)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  (エ)  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$

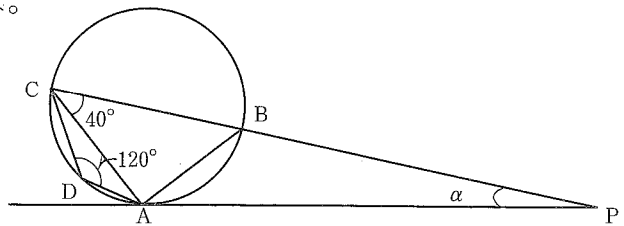
- (1) 三角形において、3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。この交点を何というか。
- (2)  $AB = 6$ ,  $BC = 7$ ,  $CA = 8$  である  $\triangle ABC$  において、 $\angle A$  の二等分線と辺  $BC$  との交点を  $D$  とする。線分  $BD$  の長さを求めよ。
- (3) 右図のように、四角形  $ABCD$  が円に内接し、  
 $\angle BCD = 84^\circ$  のとき、角  $\alpha$  の大きさを求めよ。



- (4) 右図のように、円周上に 4 個の点  $A, B, C, D$  があり、  
 $AC$  と  $BD$  の交点を  $P$  とする。 $\angle ABD = 70^\circ$ ,  
 $\angle BDC = 25^\circ$  のとき、角  $\alpha$  の大きさを求めよ。



- (5) 右図のように、四角形  $ABCD$  が円に内接している。  
 また、点  $A$  を接点とする接線と  $CB$  の延長線との  
 交点を  $P$  とする。 $\angle ACB = 40^\circ$ ,  $\angle ADC = 120^\circ$   
 のとき、角  $\alpha$  の大きさを求めよ。



[ $\alpha$ -11] 集合と論理

- (1) 2つの集合  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{1, 2, 5, 10\}$  について, 集合  $A \cup B$  を, 要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 1から200までの整数のうち, 6の倍数または8の倍数である数の個数を求めよ。
- (3) 命題「 $x^2 = 9$ ならば,  $x = 3$ である。」は偽である。反例を示せ。
- (4) 次の ( ) に適するものを, 下の(ア)~(エ)の中から選び, 記号で答えよ。  
「9の正の約数は, 9以下の正の奇数であるための ( ) 。」
  - (ア) 必要条件であるが十分条件ではない
  - (イ) 十分条件であるが必要条件ではない
  - (ウ) 必要十分条件である
  - (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (5)  $x, y$  は実数とする。命題「 $x+y=3$ ならば,  $x=2$ かつ $y=1$ である。」の対偶を述べよ。

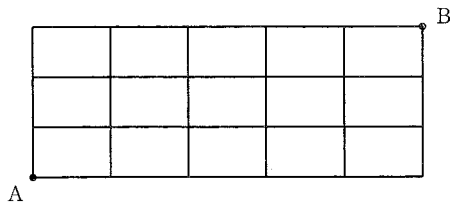
[ $\alpha$ -12] 場合の数と確率

- (1) 大小2個のさいころを同時に投げるとき, 大きいさいころの目が5以上, 小さいさいころの目が3以下である目の出方は何通りあるか。
- (2) 10人の委員の中から, 議長, 書記, 会計を1人ずつ3人選ぶとき, その選び方は何通りあるか。
- (3)  ${}_8C_5$  の値を求めよ。
- (4) 1個のさいころを2回投げるとき, 2回とも1の目が出る確率を求めよ。
- (5) 当たりくじが3本入っている8本のくじがある。この中から2本のくじを同時に引くとき, 当たりくじとはずれくじが1本ずつ出る確率を求めよ。



[α-13] **場合の数と確率** (確率は除く)

- (1)  ${}_5P_3$  の値を求めよ。
- (2) 72 の正の約数は何個あるか。
- (3) A, B, C, D, E, F の 6 文字の中から 3 文字を選ぶ組合せは何通りあるか。
- (4) 5 人が手をつないで輪をつくるとき、何通りの輪ができるか。
- (5) 図のような道がある。A から B へ最短距離で行く方法は何通りあるか。



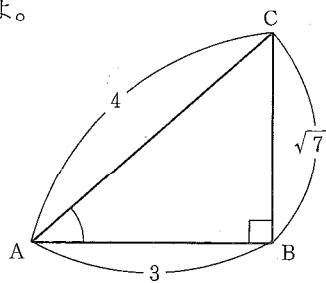
[α-14] **方程式と不等式 ①**

- (1)  $2a^2b^3 \times (-ab^2)^2$  を計算せよ。
- (2)  $(2x-y)^2(2x+y)^2$  を展開せよ。
- (3)  $2x^2y+4xy-30y$  を因数分解せよ。
- (4) 不等式  $2-x < \frac{2x+1}{3}$  を解け。
- (5) 2 次方程式  $x^2-6x-3m=0$  が重解をもつとき、定数  $m$  の値を求めよ。

[α-15] **2 次関数**

- (1) 次の文の  に適する数を入れよ。  
2 次関数  $y=2x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に ①,  $y$  軸方向に ② だけ平行移動したグラフを表す 2 次関数は、 $y=2(x-3)^2+5$  である。
- (2) 2 次関数  $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-5$  のグラフについて、頂点の座標を求めよ。
- (3) 2 次関数  $y=x^2+3x+2$  のグラフについて、 $x$  軸との共有点の個数を求めよ。
- (4) 2 次関数  $y=x^2-4x+3$  の  $1 \leq x \leq 4$  における最小値を求めよ。
- (5) 2 次不等式  $x^2+2x-8 < 0$  を解け。

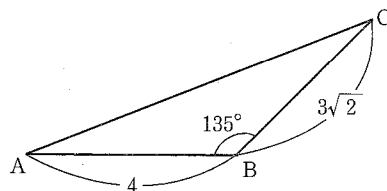
- (1) 右図の直角三角形 ABC において、 $\tan A$  の値を求めよ。



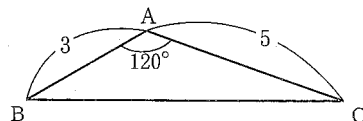
- (2)  $\sin 120^\circ \times \cos 30^\circ$  の値を求めよ。

- (3)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき、等式  $\sin \theta = \frac{1}{2}$  を満たす角  $\theta$  の値を求めよ。

- (4) 右図の  $\triangle ABC$  において、 $AB = 4$ 、 $BC = 3\sqrt{2}$ 、 $\angle B = 135^\circ$  のとき  $\triangle ABC$  の面積を求めよ。



- (5) 右図の  $\triangle ABC$  において、 $AB = 3$ 、 $CA = 5$ 、 $\angle A = 120^\circ$  のとき、辺 BC の長さを求めよ。



# S II β 学 力 テ ス ト

## β 共通問題

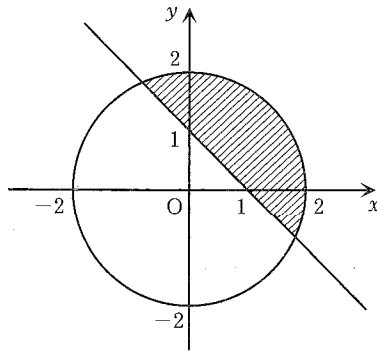
次の問いに答えよ。(ここで使用している  $i$  は虚数単位とする)

(1)  $\frac{2}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a}$  を計算せよ。

(2) 等式  $(2+3i)(a+bi) = 7+4i$  を満たす実数  $a, b$  の値を求めよ。

(3) 3次方程式  $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$  を解け。

(4) 下図の斜線部分の領域を表す連立不等式を求めよ。ただし、境界線を含むものとする。



(5) 円  $(x-2)^2 + y^2 = 1$  と直線  $y = mx$  ( $m > 0$ ) について、この円と直線が接するとき、接点と原点  $(0, 0)$  との距離を求めよ。

(6) 3点  $A(5, -4)$ ,  $B(1, 4)$ ,  $C(a, -8)$  が同一直線上にあるように定数  $a$  の値を定めよ。

(7) 2点  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 0)$  に対し、等式  $AP = 2BP$  を満たす点  $P$  の軌跡の方程式を求めよ。(途中経過を書け)

(8) 不等式  $a^2 + 2b^2 + 1 \geq 2ab + 2b$  …… ① について、次の問いに答えよ。

(ア) 不等式 ① が成り立つことを証明せよ。

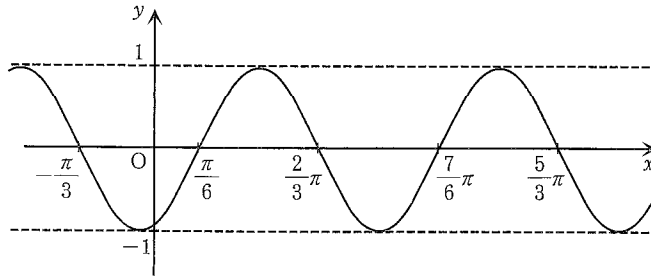
(イ) 不等式 ① の等号が成り立つとき、 $a, b$  の値を求めよ。

**β 選択問題**

[β-1] から [β-9] までの9群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

[β-1] **三角関数**

- (1)  $\sin\left(-\frac{5}{4}\pi\right)$  の値を求めよ。
- (2)  $\theta$  が第2象限の角で  $\tan \theta = -2$  であるとき、 $\cos \theta$  の値を求めよ。
- (3)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、方程式  $\cos 2\theta + 3 \sin \theta - 1 = 0$  を解け。
- (4) 関数  $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$  の最小値を求めよ。
- (5) 下図は関数  $y = \sin(2x - \alpha)$  のグラフの一部である。定数  $\alpha$  の値を求めよ。ただし、 $0 \leq \alpha < \pi$  とする。

[β-2] **指数関数・対数関数**

- (1)  $32^{\frac{3}{5}}$  の値を求めよ。
- (2) 方程式  $3^{2x-1} = \frac{1}{81}$  を解け。
- (3)  $\log_2 3 = a$ ,  $\log_2 5 = b$  のとき、 $\log_2 75$  を  $a$ ,  $b$  を用いて表せ。
- (4)  $(\log_5 3 + \log_{25} 9)(\log_3 25 - \log_9 5)$  を計算せよ。
- (5) 不等式  $\log_3(x-4) < 2$  を解け。

[β-3] 微分・積分の考え

- (1) 関数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  において、 $f'(0) = -3$ 、 $f'(1) = 1$ 、 $f(2) = 6$  であるとき、定数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  の値を求めよ。
- (2) 定積分  $\int_{-2}^2 (2x^2 - x + 3) dx$  の値を求めよ。
- (3) 放物線  $y = x^2 - 3x + 2$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (4) 関数  $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 6$  の  $0 \leq x \leq 3$  における最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。
- (5) 放物線  $y = x^2$  に対して、点  $(-2, 3)$  から引いた接線の方程式を求めよ。

[β-4] 式と証明・高次方程式 (この選択群で使用している  $i$  は虚数単位とする)

- (1)  $\left(\frac{2+9i}{1+2i}\right)^2$  を計算せよ。
- (2) 2次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  の1つの解が  $-3+2i$  であるとき、実数  $a$ 、 $b$  の値を求めよ。
- (3) 2次方程式  $3x^2 - 6x + 5 = 0$  の2つの解を  $\alpha$ 、 $\beta$  とするとき、2数  $3\alpha$  と  $3\beta$  を解とする  $x$  の2次方程式を求めよ。ただし、 $x^2$  の係数は1とする。
- (4)  $x$  についての整式  $x^3 - 2ax^2 + bx - 6$  を  $x-2$  で割ると6余り、 $x+1$  で割ると  $-3$  余る。このとき、定数  $a$ 、 $b$  の値を求めよ。
- (5) 等式  $\frac{3x-5}{(x+3)(2x-1)} = \frac{a}{x+3} + \frac{b}{2x-1}$  が  $x$  についての恒等式になるように、定数  $a$ 、 $b$  の値を定めよ。

[β-5] 図形と方程式 (軌跡と領域を除く)

- (1) 2点  $A(1, 2)$ 、 $B(-2, 1)$  がある。このとき、点  $A$  を通り、直線  $AB$  に垂直な直線の方程式を求めよ。
- (2) 2点  $A(5, 1)$ 、 $B(-3, -5)$  を直径の両端とする円の方程式を求めよ。
- (3) 3直線  $x-2y+1=0$ 、 $x+y-2=0$ 、 $x+ay-7=0$  が1点で交わる時、定数  $a$  の値を求めよ。
- (4) 方程式  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + c = 0$  が半径3の円を表すとき、定数  $c$  の値を求めよ。
- (5) 直線  $2x - y + k = 0$  と円  $x^2 + y^2 = 5$  が接するとき、定数  $k$  の値を求めよ。

[β-6] **三角関数** (加法定理を除く)

- (1)  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$  のとき,  $\sin \theta \cos \theta$  の値を求めよ。
- (2) 関数  $y = \sin \frac{x}{3}$  の周期を求めよ。ただし, 弧度法で答えよ。
- (3)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき, 不等式  $\sin \theta > \frac{\sqrt{3}}{2}$  を解け。
- (4) 次の値の中で最も大きいものを (ア) ~ (エ) の中から 1 つ選び, 記号で答えよ。  
 (ア)  $\tan 40^\circ$     (イ)  $\tan 140^\circ$     (ウ)  $\tan 240^\circ$     (エ)  $\tan 340^\circ$
- (5)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき, 方程式  $\cos^2 \theta = \frac{1}{2}$  を解け。

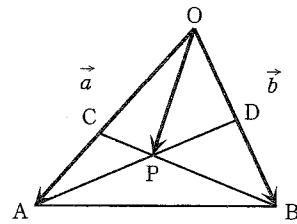
[β-7] **指数関数・対数関数** (対数関数を除く)

- (1)  $a > 0$  として,  $\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} \div \sqrt[6]{a^{-7}}$  を計算せよ。
- (2)  $\left(5^{\frac{1}{3}} - 1\right) \left(5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{1}{3}} + 1\right)$  を計算せよ。
- (3) 次の 4 つの数の大小を調べ, 小さい順に左から並べよ。  
 $2^0, \sqrt[3]{8^{-2}}, \frac{1}{2}, (\sqrt{64})^{-1}$
- (4)  $2^x = 3$  のとき,  $\frac{4^x - 4^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$  の値を求めよ。
- (5) 方程式  $9^x - 12 \times 3^x + 27 = 0$  を解け。

[β-8] **数列**

- (1) 公差が 4, 第 6 項が 17 である等差数列の初項  $a$  を求めよ。
- (2) 第 2 項が  $-4$ , 第 5 項が 32 である等比数列の初項  $a$  と公比  $r$  を求めよ。
- (3) 初項が 101, 公差が  $-3$  である等差数列は初項から第何項までの和が最大になるか。
- (4)  $\sum_{k=1}^{10} (k^2 - 4k)$  を求めよ。
- (5) 初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が,  $S_n = n^2 + 2n$  で表される数列の一般項  $a_n$  を求めよ。

- (1) 2つのベクトル  $\vec{a} = (x+1, -6)$ ,  $\vec{b} = (-1, x)$  が平行になるように、定数  $x$  の値を定めよ。
- (2)  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{13}$  であるとき、内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の値を求めよ。
- (3) 2つのベクトル  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (-3, 1)$  のなす角  $\theta$  を求めよ。  
ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。
- (4) 下図の三角形 OAB において、辺 OA を 3 : 2 の比に内分する点を C、辺 OB の中点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を P とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$  とするとき、 $\vec{OP}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ。



- (5) 下図の四面体 OABC において、辺 AB を 2 : 3 の比に内分する点を P、 $\triangle OBC$  の重心を Q とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  とするとき、 $\vec{PQ}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。

