



平成 18 年 4 月 12 日 実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

- 問題用紙と解答用紙はこの冊子にはさんであります。
- SII α または SII β のうち、学校で指定されたいずれか一方を解答して下さい。
 - SII α は、1 頁～5 頁に印刷してあります。
[$\alpha - 1$] から [$\alpha - 11$] までの 11 群のうちから、学校で指定された 4 群を解答して下さい。
 - SII β は、6 頁～9 頁に印刷してあります。
[β 共通問題] を解答し、さらに [$\beta - 1$] から [$\beta - 7$] までの 7 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答して下さい。
- 解答はすべて SII α , SII β 専用の解答用紙に記入して下さい。
なお、SII β を解答する場合は、指定された 2 群の番号を、下欄および解答用紙の選択番号欄に番号順に記入して下さい。
(SII β の選択番号 →) $\beta - \square$, $\beta - \square$
- 解答用紙の記入する欄を間違えないように注意して下さい。

S II α 学 力 テ ス ト

[$\alpha - 1$] **式と証明・高次方程式** (この選択群で使用している i は虚数単位とする)

- (1) $\frac{4x^2}{x-2} \times \frac{x^2-4}{12x}$ を計算せよ。
- (2) $(2+3i) \times (-2i)$ を計算して、 $a+bi$ の形で表せ。ただし、 a, b は実数とする。
- (3) 2次方程式 $x^2+2x+3=0$ の解を α, β とするとき、 $\alpha^2+\beta^2$ の値を求めよ。
- (4) 次のうち、 x^3-7x-6 の因数であるものをすべて選び、記号で答えよ。
(ア) $x+1$ (イ) $x-1$ (ウ) $x-2$ (エ) $x-3$
- (5) 方程式 $x^3+2x^2+2x+1=0$ を解け。

[$\alpha - 2$] **図形と方程式**

- (1) 2点 $A(0, -2), B(4, 1)$ 間の距離 AB を求めよ。
- (2) 2点 $(1, -5), (3, 1)$ を通る直線の方程式を求めよ。
- (3) 点 $(4, 5)$ を通り、直線 $3x-2y+2=0$ に平行な直線の方程式を求めよ。
- (4) 原点を中心とし、点 $(3, -2)$ を通る円の方程式を求めよ。
- (5) 方程式 $x^2+y^2+4x-2y-k=0$ が半径3の円を表すとき、定数 k の値を求めよ。

[$\alpha - 3$] **三角関数**

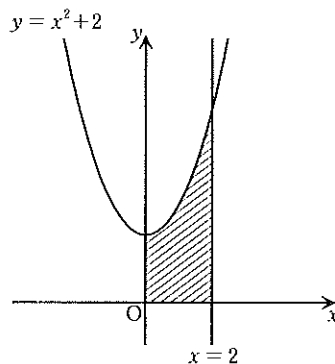
- (1) $-\frac{25}{12}\pi$ は第何象限の角であるか。
- (2) 半径 6 cm 、中心角 $\frac{\pi}{3}$ の扇形の弧の長さを求めよ。
- (3) $\tan \frac{3}{4}\pi$ の値を求めよ。
- (4) 次の関数のうち、グラフが y 軸に関して対称なものをすべて選び、記号で答えよ。
(ア) $y = \sin \theta$ (イ) $y = \sin 2\theta$ (ウ) $y = \cos \theta$ (エ) $y = \cos 2\theta$
- (5) $\sin 45^\circ \cos 75^\circ + \cos 45^\circ \sin 75^\circ$ の値を求めよ。

[α-4] 指数関数・対数関数

- (1) $7^2 \times 7^{-4} \div 7^{-3}$ の値を求めよ。
- (2) $\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27}$ を簡単にせよ。
- (3) $\log_{10} \frac{25}{3} + \log_{10} 12$ を計算せよ。
- (4) 不等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > 8$ を解け。
- (5) 方程式 $\log_4(x+1) = 2$ を解け。

[α-5] 微分・積分の考え

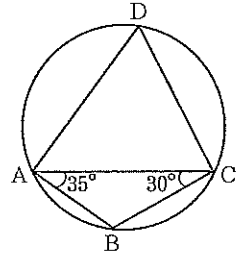
- (1) 関数 $y = x^3 - 5x^2 + 2x - 8$ を微分せよ。
- (2) 放物線 $y = x^2 - 2x + 1$ 上の点 $(2, 1)$ における接線の方程式を求めよ。
- (3) 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ の極大値と極小値の和を求めよ。
- (4) 不定積分 $\int (2x+1)(3x-2)dx$ を求めよ。ただし、積分定数を C とする。
- (5) 放物線 $y = x^2 + 2$ と 2 直線 $x = 0, x = 2$, および x 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。



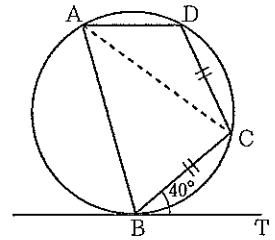
[α-6] 平面図形

- (1) $\triangle ABC$ において、 $AB=4$ 、 $BC=5$ であるとき、辺 CA の長さのとりうる範囲を求めよ。

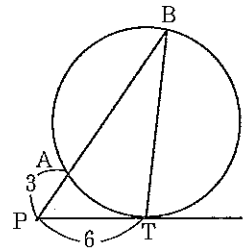
- (2) 右図のように、四角形 $ABCD$ が円に内接し、 $\angle CAB=35^\circ$ 、 $\angle ACB=30^\circ$ のとき、 $\angle ADC$ の大きさを求めよ。



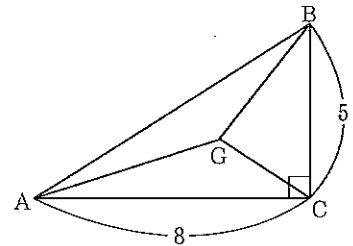
- (3) 右図のように、円に内接する四角形 $ABCD$ と、点 B を接点とする接線 BT がある。 $BC=CD$ で、 $\angle CBT=40^\circ$ であるとき、 $\angle BAD$ の大きさを求めよ。



- (4) 右図のように、円の外部の点 P から円に接線を引き、接点を T とする。また、点 P から直線を引き、円との交点を A 、 B とする。 $PA=3$ 、 $PT=6$ のとき、線分 AB の長さを求めよ。



- (5) 右図のように、 $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC の重心を G とする。 $BC=5$ 、 $CA=8$ のとき、 $\triangle ABG$ の面積を求めよ。



[$\alpha - 7$] 集合と論理

- (1) 全体集合を $U = \{x \mid x \text{ は } 9 \text{ 以下の正の整数}\}$ とする。その部分集合 $A = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$ について、集合 \bar{A} を要素を書き並べる方法で表せ。
ただし、 \bar{A} は A の補集合である。
- (2) 1 から 70 までの自然数のうち、2 または 3 の倍数の個数を求めよ。
- (3) 次の命題のうち、真であるものをすべて選び、記号で答えよ。
ただし、 a, b, c, x, y は実数とする。
 - (ア) 「 $x = 3 \Rightarrow 7x - 2 = 19$ 」
 - (イ) 「 $xy = 0 \Rightarrow x = 0$ 」
 - (ウ) 「 $a > b \Rightarrow ac > bc$ 」
 - (エ) 「四角形 ABCD は正方形 \Rightarrow 四角形 ABCD は長方形」
- (4) 次の命題の対偶を書け。
「 $x = 9 \Rightarrow x^2 = 81$ 」
- (5) 次の 2 つの条件 p, q において、 p は q であるための、必要条件、十分条件、必要十分条件のどれであるか答えよ。
 p : 「 $a + b = 0$ 」
 q : 「 $a = 1$ かつ $b = -1$ 」

[$\alpha - 8$] 場合の数と確率

- (1) 円周上に 8 個の点がある。その中の 4 点を結んでできる四角形はいくつあるか。
- (2) 男子 3 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、女子 3 人が続いて並ぶような並び方は何通りあるか。
- (3) 全部で 10 本あるくじの中に当たりが 3 本入っている。2 人が順番にくじを 1 本ずつ引いたとき、少なくとも 1 人は当たりを引く確率を求めよ。ただし、引いたくじは元に戻すものとする。
- (4) 箱の中に赤球が 4 個、白球が 6 個の計 10 個の球が入っている。この中から 3 個の球を同時に取り出すとき、赤球 2 個、白球 1 個が出る確率を求めよ。
- (5) 1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字から、異なる 4 個を並べて 4 桁の整数をつくる時、4000 より大きい整数は何個できるか。

[$\alpha - 9$] 方程式と不等式

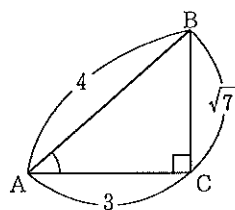
- (1) 2 次方程式 $x^2 + 2x - 8 = 0$ を解け。
- (2) 不等式 $\frac{2}{3}x - 6 < \frac{3x - 2}{2}$ を解け。
- (3) $\frac{2}{2 + \sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。
- (4) $A = x - 5y + 1, B = 4x + 2y + 3, C = -3x - y + 4$ であるとき、 $A + B - C$ を計算せよ。
- (5) $ab + a + 2b + 2$ を因数分解せよ。

[$\alpha - 10$] 2次関数

- (1) 2次関数 $y = -(x-1)^2 + 3$ のグラフについて、頂点の座標を求めよ。
- (2) 放物線 $y = x^2 - 7x + 10$ と x 軸との交点の x 座標を求めよ。
- (3) 2次関数 $y = x^2 - 1$ の定義域が $-1 \leq x \leq 2$ であるとき、値域は $a \leq y \leq b$ となる。定数 a, b の値を求めよ。
- (4) 点 $(2, 3)$ を頂点とし、点 $(3, 5)$ を通る放物線をグラフとする2次関数を求めよ。
- (5) 2次関数 $y = x^2 + 6x + a$ のグラフが x 軸と異なる2点で交わる時、定数 a の値の範囲を求めよ。

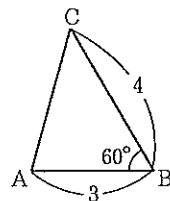
[$\alpha - 11$] 図形と計量 (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量を除く)

- (1) 右図のような、 $AB = 4, AC = 3, BC = \sqrt{7}, \angle C = 90^\circ$ である直角三角形 ABC において、 $\tan A$ の値を求めよ。

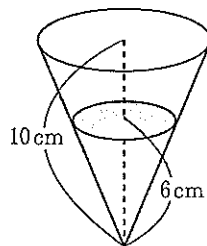


- (2) $\sin 150^\circ$ の値を求めよ。

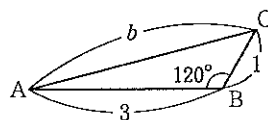
- (3) 右図のような、 $AB = 3, BC = 4, \angle B = 60^\circ$ である $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



- (4) 右図のような、高さが 10 cm の円すい形の容器に、6 cm の深さまで水を入れたとき、水の体積と容器全体の容積の比を最も簡単な整数比で表せ。



- (5) 右図のような、 $AB = 3, BC = 1, \angle B = 120^\circ, AC = b$ である $\triangle ABC$ において、 b の値を求めよ。



S II β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。

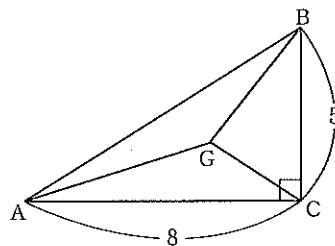
- (1) 2次方程式 $x^2+2x+3=0$ の解を α, β とするとき、 $(\alpha-1)(\beta-1)$ の値を求めよ。
- (2) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{2} \neq 0$ のとき、 $\frac{x^2+y^2-z^2}{x^2-y^2+z^2}$ の値を求めよ。
- (3) 方程式 $x^2+y^2+4x-2ky-4=0$ が半径3の円を表すとき、定数 k の値を求めよ。
- (4) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\cos 2\theta = \sin \theta$ を解け。
- (5) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ の値を求めよ。
- (6) 不等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > 8$ を解け。
- (7) $\log_{10} 3 = 0.4771$ とするとき、 3^{40} は何桁の整数か。
- (8) 方程式 $x^3-3x-2=a$ が異なる2つの実数解をもつように、定数 a の値を定めよ。
- (9) 点 $(5, 1)$ を通り、円 $x^2+y^2=13$ に接する直線の方程式を求めよ。(途中経過を書け)
- (10) 放物線 $y = -x^2+5$ について、次の問いに答えよ。
 - (ア) この放物線と x 軸との共有点の x 座標を求めよ。
 - (イ) この放物線と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。(途中経過を書け)

β 選択問題

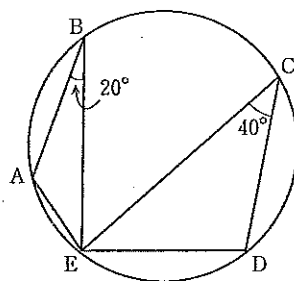
[$\beta-1$] から [$\beta-7$] までの7群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

[$\beta-1$] 平面図形

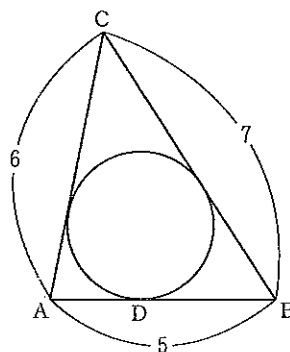
- (1) 右図のように、 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC の重心を G とする。
 $BC = 5$, $CA = 8$ のとき、 $\triangle ABG$ の面積を求めよ。



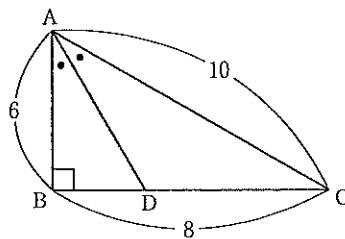
- (2) 右図のように、円周上に5点 A, B, C, D, E がある。
 $\angle ABE = 20^\circ$, $\angle DCE = 40^\circ$ のとき、 $\angle AED$ の大きさを求めよ。



- (3) 右図のように、 $\triangle ABC$ に内接している円がある。この円と辺 AB の接点を D とする。
 $AB = 5$, $BC = 7$, $CA = 6$ とするとき、 AD の長さを求めよ。



- (4) 右図のように、 $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC の $\angle A$ の二等分線が辺 BC と交わる点を D とする。
 $AB = 6$, $BC = 8$, $CA = 10$ のとき、 AD の長さを求めよ。



[$\beta-2$] 集合と論理

(1) 次の命題のうち、真であるものをすべて選び、記号で答えよ。

ただし、 a, b, c, x, y は実数とする。

(ア) 「 $x=3 \Rightarrow 7x-2=19$ 」

(イ) 「 $xy=0 \Rightarrow x=0$ かつ $y=0$ 」

(ウ) 「 $a>b \Rightarrow ac>bc$ 」

(エ) 「 $x^2-3x+2>0 \Rightarrow x<1, 2<x$ 」

(オ) 「四角形 ABCD は長方形 \Rightarrow 四角形 ABCD は正方形」

(2) 次の命題の対偶を書け。

「 $x=9 \Rightarrow x^2=81$ 」

(3) 12 以下の自然数の集合を全体集合 U とする。 U の部分集合を $A = \{1, 4, 6, 8\}$, $B = \{3, 4, 5, 8, 12\}$ とするとき、集合 $\overline{A} \cap \overline{B}$ を要素を書き並べる方法で表せ。

(4) 100 から 200 までの自然数のうち、2 または 7 で割り切れる数の個数を求めよ。



[$\beta-3$] 場合の数と確率

(1) 1, 2, 3 の数字をくり返し使ってよいことにして、4 桁の奇数を作る方法は何通りあるか。

(2) 5 人を 2 人, 2 人, 1 人の 3 つのグループに分ける方法は何通りあるか。

(3) 男子 3 人, 女子 3 人をくじ引きで 1 列に並べるとき、女子 3 人が続いて並ぶ確率を求めよ。

(4) 赤球 3 個, 白球 4 個が入っている箱から 3 個の球を同時に取り出すとき、白球が 2 個以上取り出される確率を求めよ。

[$\beta-4$] 数列

(1) $\frac{1}{4}, x, \frac{1}{2}, \dots$ が等差数列であるとき、 x の値を求めよ。

(2) $a_1=3, a_{n+1}=2a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ の、一般項 a_n を求めよ。

(3) 右図のように自然数を並べるとき、

たとえば、3 や 9 は図の位置から

$3 = (\text{①}, c)$

$9 = (\text{②}, d)$ と表すものとする。

このとき、 $1000 = (\text{ア}, \text{イ})$ となるようなア、イを求めよ。

	a	b	c	d	e	f
①	1	2	3	4	5	6
②	12	11	10	9	8	7
③	13	14	15	16	17	18
④	20	19
⑤

(4) 次の数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

$1, 1+3, 1+3+5, 1+3+5+7, \dots$

[β-5] **ベクトル**

- (1) 3点 $A(-1, -10)$, $B(2, -a)$, $C(a, 0)$ がある。 $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ となるように、定数 a の値を定めよ。
- (2) $\vec{a} = (3, -7)$, $\vec{b} = (5, -11)$ のとき、 $-3\vec{a} + 2\vec{b}$ の大きさを求めよ。
- (3) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ である2つのベクトル \vec{a} と \vec{b} について、 $\vec{a} + \vec{b}$ と $5\vec{a} - 2\vec{b}$ が垂直であるとき、 \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めよ。
- (4) $\vec{a} = (1, 1, -3)$, $\vec{b} = (0, 2, -2)$ のとき、 $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{b}$ (t は実数) とする。このとき、 \vec{p} の大きさの最小値を求めよ。

[β-6] **数学 II ①**

- (1) 等式 $(2k+1)x - (k-2)y + 3k - 1 = 0$ がどんな k の値に対しても成り立つように、 x , y の値を定めよ。
- (2) $2\log_2 3 + \log_2 12 - \log_2 27$ を計算せよ。
- (3) 放物線 $y = x^2 + x$ について、直線 $y = 3x + 1$ に平行な接線の方程式を求めよ。
- (4) 円 $x^2 + y^2 = r^2$ と直線 $y = x + 2$ が2つの共有点を持ち、1つの共有点が点 $(2, 4)$ であるとき、他の共有点の座標を求めよ。

[β-7] **数学 II ②**

- (1) 3次方程式 $2x^3 + 3x^2 + ax + 12 = 0$ が2次方程式 $x^2 + 4 = 0$ と共通の解をもつとき、実数 a の値を求めよ。
- (2) 関数 $f(a) = \int_0^1 (6ax^2 - 2a^2x + 3)dx$ の最大値と、そのときの a の値を求めよ。
- (3) 2直線 $2x + 3y + 1 = 0$, $3x + 5y + 1 = 0$ の交点と、点 $(4, -1)$ を通る直線の方程式を求めよ。
- (4) α, β が第1象限の角で、 $\tan \alpha = 2$, $\tan \beta = 3$ のとき、角 $\alpha + \beta$ を求めよ。