平成18年度　春季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S I }\alpha}$ 解答 No.1

α共通問題

(1) $(-2x^2y^3)^2$
$= (-2)^2(x^2)^2(y^3)^2$
$= \underline{\underline{4x^4y^6}}$

(2) $(2x+1)(4x-3)$
$= 8x^2-6x+4x-3$
$= \underline{\underline{8x^2-2x-3}}$

(3) $2x^2-8 = 2(x^2-4)$
$= 2(x^2-2^2)$
$= \underline{\underline{2(x+2)(x-2)}}$

(4) $x = \dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}$
$= \dfrac{5\pm\sqrt{25-12}}{6} = \underline{\underline{\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{6}}}$

(5) $x+2 < 3(x-4)$
$x+2 < 3x-12$
$x-3x < -12-2$
$-2x < -14$
したがって
$\underline{\underline{x > 7}}$

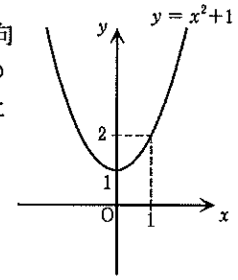
(6) $\sqrt{28}+\dfrac{2\sqrt{14}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{63}}{3}$
$=\sqrt{2^2\times7}+2\sqrt{\dfrac{14}{2}}-\dfrac{\sqrt{3^2\times7}}{3}$
$=2\sqrt{7}+2\sqrt{7}-\dfrac{3\sqrt{7}}{3}$
$=4\sqrt{7}-\sqrt{7}=\underline{\underline{3\sqrt{7}}}$

(7) $y=x^2-4x+5$ において，$x=1$ を代入すると
$y=1^2-4\times1+5=1-4+5=\underline{\underline{2}}$

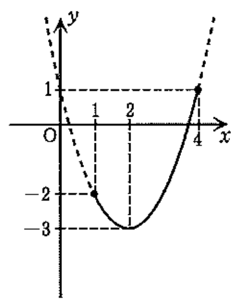
(8) $y=ax^2$ のグラフを頂点が点 $(p,\ q)$ になるように平行移動したグラフを表す2次関数は
$y=a(x-p)^2+q$ と表される。したがって，頂点が点 $(2,\ 1)$ であるから，
$\underline{\underline{y=2(x-2)^2+1}}$
〔$y=2x^2-8x+9$ も可〕

(9) $x^2-x-2<0$
$(x+1)(x-2)<0$
したがって
$\underline{\underline{-1<x<2}}$

(10) $y=x^2+1$ のグラフは
$y=x^2$ のグラフを y 軸方向に1だけ平行移動したものであるから，右図のようになる。



(11) $y=x^2-4x+1$
$=(x-2)^2-3$
したがって，この関数のグラフの頂点の座標は $(2,\ -3)$ であるから，
$1\leqq x\leqq 4$ におけるグラフは左図のようになる。
$x=4$ のとき，$\underline{\underline{\text{最大値 } 1}}$
$x=2$ のとき，$\underline{\underline{\text{最小値 } -3}}$

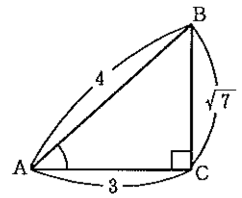


(12) $y=x^2+kx+3$ のグラフが点 $(-1,\ 0)$ を通るので，$x=-1$，$y=0$ を代入する。
$0=(-1)^2+k\times(-1)+3$
$0=1-k+3$　　$\underline{k=4}$ △2
よって，$y=x^2+4x+3$ のグラフと x 軸との交点の x 座標は，
$x^2+4x+3=0$
$(x+1)(x+3)=0$
$x=-1,\ -3$
したがって，もう1つの x 軸との交点の座標は
$\underline{\underline{(-3,\ 0)}}$ である。
⑤

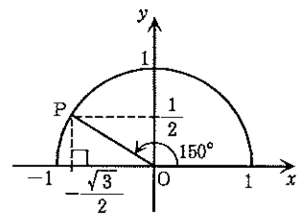
α選択問題

［α－1］ 図形と計量

(1) 図の直角三角形より
$\tan A = \underline{\underline{\dfrac{\sqrt{7}}{3}}}$

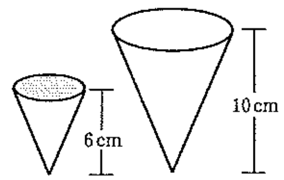


(2) 右図の点Pの y 座標が $\sin 150^\circ$ の値であるから
$\sin 150^\circ = \underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$



(3) 三角形ABCの面積を S とすると，
$S=\dfrac{1}{2}ca\sin B$
〔ただし，$c=\text{AB}$，$a=\text{BC}$，$B=\angle\text{B}$〕
である。したがって
$S=\dfrac{1}{2}\cdot3\cdot4\cdot\sin 60^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\cdot3\cdot4\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\underline{\underline{3\sqrt{3}}}$

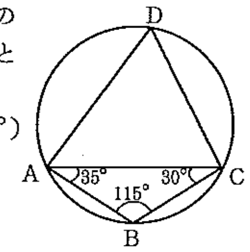
(4) 入っている水の形状は容器と相似な円すいであり，その相似比は
$6:10=3:5$
したがって，水の体積と容器全体の容積の比は
$3^3:5^3=\underline{\underline{27:125}}$



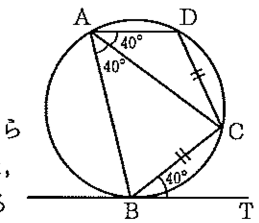
［α－2］ 平面図形

(1) $|\text{AB}-\text{BC}|<\text{CA}<\text{AB}+\text{BC}$ が成り立てばよいから $|4-5|<\text{CA}<4+5$
よって　$\underline{\underline{1<\text{CA}<9}}$

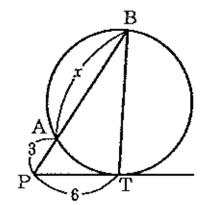
(2) △ABC において，三角形の内角の和が 180° であることから
$\angle\text{ABC}=180^\circ-(35^\circ+30^\circ)$
$=115^\circ$
四角形 ABCD は円に内接するから
$\angle\text{ABC}+\angle\text{ADC}=180^\circ$
$\angle\text{ADC}=180^\circ-\angle\text{ABC}$
$=180^\circ-115^\circ=\underline{\underline{65^\circ}}$



(3) 接線と弦のつくる角の定理により
$\angle\text{BAC}=\angle\text{CBT}=40^\circ$
また，BC = CD であるから
$\overset{\frown}{\text{BC}}=\overset{\frown}{\text{CD}}$ である。すると，大きさが等しい弧に対する円周角は等しいから
$\angle\text{CAD}=\angle\text{BAC}=40^\circ$
したがって
$\angle\text{BAD}=\angle\text{BAC}+\angle\text{CAD}=40^\circ+40^\circ=\underline{\underline{80^\circ}}$



(4) AB $=x$ とする。
方べきの定理により
$\text{PA}\cdot\text{PB}=\text{PT}^2$
$3\cdot(3+x)=6^2$
$3+x=12$
よって $x=9$ より
$\text{AB}=\underline{\underline{9}}$



平成18年度　春季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S I }\alpha}$ 解答 No. 2

［α－3］ 集合と論理

(1) $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,　$A=\{3,6,9\}$
であるから　$\overline{A}=\underline{\underline{\{1,2,4,5,7,8\}}}$

(2) 1から70までの自然数のうち，2の倍数の集合をA，3の倍数の集合をBとすると
$A=\{2\cdot1,2\cdot2,2\cdot3,\cdots\cdots,2\cdot35\}$ より $n(A)=35$
$B=\{3\cdot1,3\cdot2,3\cdot3,\cdots\cdots,3\cdot23\}$ より $n(B)=23$
このとき，$A\cap B$ は6の倍数の集合を表すから
$A\cap B=\{6\cdot1,6\cdot2,6\cdot3,\cdots\cdots,6\cdot11\}$
より $n(A\cap B)=11$
すると，2または3の倍数の集合は $A\cup B$ と表されるから，その要素の個数は
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=35+23-11=\underline{\underline{47\ (個)}}$

(3) (ｱ) 真 〔$x=3$ のとき $7x-2=7\times3-2=19$
すなわち，$7x-2=19$ が成り立つ〕
(ｲ) 偽 〔反例：$x=1$，$y=0$〕
(ｳ) 偽 〔反例：$a=2$，$b=1$，$c=-1$〕
(ｴ) 真 〔正方形の集合は長方形の集合に含まれる〕
したがって，真である命題は $\underline{\underline{(ｱ)と(ｴ)}}$

(4) 命題「$p\Rightarrow q$」の対偶は「$\overline{q}\Rightarrow\overline{p}$」
であるから，命題「$x=9\ \Rightarrow\ x^2=81$」の対偶は　$\underline{\underline{「x^2\neq81\ \Rightarrow\ x\neq9」}}$

［α－4］ 場合の数と確率

(1) 1つの四角形は8個の点から4個を選んで線で結べばできるから，できる四角形の個数は
$${}_8C_4=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=\underline{\underline{70\ (個)}}$$

(2) 女子3人を1人と考え，男子3人と合わせて，4人を並べると考える。すると，その並び方は4! 通り。そのそれぞれの並び方について，女子3人の並び方は3! 通りずつあるから，積の法則により
$4!\times3!=4\cdot3\cdot2\cdot1\times3\cdot2\cdot1=\underline{\underline{144\ (通り)}}$

(3) 事象「少なくとも1人は当たりを引く」は，事象A「2人ともはずれを引く」の余事象$\overline{A}$である。
事象Aの確率は $\dfrac{7}{10}\times\dfrac{7}{10}=\dfrac{49}{100}$
したがって，事象$\overline{A}$の確率は $1-\dfrac{49}{100}=\underline{\underline{\dfrac{51}{100}}}$

(4) 箱の中の10個の球から3個を取り出す方法は ${}_{10}C_3$ 通りある。このうち，赤球2個，白球1個を取り出す場合は ${}_4C_2\times{}_6C_1$ 通りであるから，求める確率は
$$\frac{{}_4C_2\times{}_6C_1}{{}_{10}C_3}=\frac{\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{6}{1}}{\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}}=\frac{2\cdot3\times6}{10\cdot3\cdot4}=\underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

［α－5］ 方程式と不等式

(1) $x^2+2x-8=0$ の左辺を因数分解して
$(x+4)(x-2)=0$
したがって　$\underline{\underline{x=-4,\ 2}}$

(2) $\dfrac{2}{3}x-6<\dfrac{3x-2}{2}$ の両辺に6をかけて
$6\times\left(\dfrac{2}{3}x-6\right)<6\times\dfrac{3x-2}{2}$
$4x-36<3(3x-2)$
$4x-36<9x-6$
$4x-9x<-6+36$
$-5x<30$
両辺を -5 で割って $\underline{\underline{x>-6}}$

(3)
$$\frac{2}{2+\sqrt{2}}=\frac{2(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=\frac{2(2-\sqrt{2})}{2^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{2(2-\sqrt{2})}{4-2}=\frac{2(2-\sqrt{2})}{2}=\underline{\underline{2-\sqrt{2}}}$$

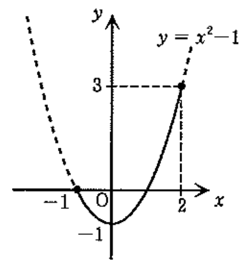
(4) $A+B-C$
$=(x-5y+1)+(4x+2y+3)-(-3x-y+4)$
$=x-5y+1+4x+2y+3+3x+y-4$
$=x+4x+3x-5y+2y+y+1+3-4$
$=\underline{\underline{8x-2y}}$

［α－6］ 2次関数（2次不等式は除く）

(1) 2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフの頂点の座標は $(p,\ q)$ である。
したがって，$y=-(x-1)^2+3$ の頂点の座標は $\underline{\underline{(1,\ 3)}}$

(2) 放物線 $y=x^2-7x+10$ と x 軸との交点の x 座標は，方程式 $x^2-7x+10=0$ の解である。
左辺を因数分解して $(x-2)(x-5)=0$
したがって　$x=\underline{\underline{2,\ 5}}$

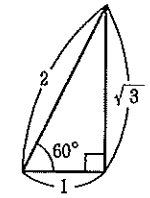
(3) $y=x^2-1$ の $-1\leqq x\leqq2$ におけるグラフは，右図の実線部分のようになる。
したがって，値域は
$-1\leqq y\leqq3$
ゆえに $\underline{\underline{a=-1,\ b=3}}$



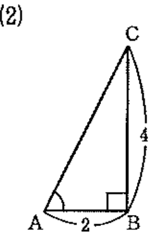
(4) 求める2次関数のグラフは点 $(2,\ 3)$ を頂点とするから，その式は
$y=a(x-2)^2+3$
と表される。このグラフが点 $(3,\ 5)$ を通るから，$x=3$，$y=5$ を代入して，式が成り立つ。
すなわち $5=a(3-2)^2+3$
$5=a+3$
$a=2$
ゆえに，求める2次関数は
$\underline{\underline{y=2(x-2)^2+3}}$　〔$y=2x^2-8x+11$ も可〕

［α－7］ 図形と計量
（正弦定理，余弦定理，図形の計量は除く）

(1) $\tan60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\underline{\underline{\sqrt{3}}}$

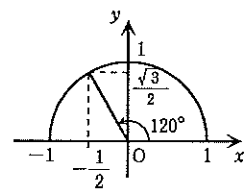


(2)



△ABCで，三平方の定理により，
$AC^2=2^2+4^2=4+16$
$=20$
$AC>0$ より
$AC=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\sin A=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\underline{\underline{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}}$

(3) $\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$
$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ より
$\underline{\underline{\theta=120^\circ}}$



(4) ① $\cos180^\circ=-1\neq\sin72^\circ$
② $\sin18^\circ=\sin(90^\circ-72^\circ)$
$=\cos72^\circ\neq\sin72^\circ$
③ $\cos18^\circ=\cos(90^\circ-72^\circ)$
$=\sin72^\circ$
④ $\cos72^\circ\neq\sin72^\circ$
したがって　$\underline{\underline{③}}$

平成18年度　春季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S I }\beta}$ 解答 No. 1

β共通問題

(1) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$

$=\dfrac{6}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}\times\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$

$=2\sqrt{3}-(\sqrt{3}-1)$

$=\underline{\underline{\sqrt{3}+1}}$

(2) $ab+b^2+a-1$

$=ab+a+b^2-1$

$=a(b+1)+(b+1)(b-1)$

$=\underline{\underline{(b+1)(a+b-1)}}$

(3) $\dfrac{2}{3}x-6<\dfrac{3x-2}{2}$

両辺に6をかけて

$4x-36<9x-6$

$-5x<30$

$\underline{\underline{x>-6}}$

(4) 点 $(1,-2)$ を通ることから，

$-2=-1^2+b\cdot1+c$ より，

$b+c=-1$ … ①

点 $(3,\ 2)$ を通ることから，

$2=-3^2+b\cdot3+c$ より，

$3b+c=11$ … ②

①，②を解いて，

$\underline{\underline{b=6,\ c=-7}}$

(5) $2x^2-5x-3\geqq0$

$(2x+1)(x-3)\geqq0$ より，

$\underline{\underline{x\leqq-\dfrac{1}{2},\ 3\leqq x}}$

(6) $y=x^2-4x=(x-2)^2-4$ より，

頂点の座標は $(2,\ -4)$

この平行移動によって頂点は，

点 $(2+2,\ -4-1)$ すなわち

点 $(4,\ -5)$ へ移動する。

よって，移動後の放物線の方程式は，

$y=(x-4)^2-5=x^2-8x+11$

すなわち，$\underline{\underline{y=x^2-8x+11}}$

〔 $\underline{\underline{y=(x-4)^2-5}}$ も可 〕

【別解】

$y=f(x)$ を x 軸方向に p，

y 軸方向に q だけ平行移動して得られる放物線の方程式は，$y=f(x-p)+q$

ゆえに，

$y=(x-2)^2-4(x-2)-1$

$=x^2-4x+4-4x+8-1$

$=x^2-8x+11$

すなわち，$\underline{\underline{y=x^2-8x+11}}$

(7) $0°\leqq\theta\leqq180°$ のとき，

$\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$ より，$\underline{\underline{\theta=120°}}$

(8) 円柱の高さを h とすると，

円柱の表面積は，

$2\times\pi\times4^2+2\times4\times\pi\times h$　すなわち $32\pi+8\pi h$

球の表面積は，

$4\times\pi\times4^2$ すなわち 64π

これらが等しいから

$32\pi+8\pi h=64\pi$ より，$h=\underline{\underline{4}}$

(9) △ABC に余弦定理を適用して，

$\cos A=\dfrac{6^2+5^2-4^2}{2\times6\times5}=\dfrac{45}{2\times6\times5}$

すなわち，$\underline{\underline{\cos A=\dfrac{3}{4}}}$

(10)(ア) 異なる2つの実数解をもつ条件は、

2次方程式の係数について

$\underline{(-a)^2-4\cdot1\cdot(a+3)>0}$ △3

が成り立つことである。

$a^2-4a-12>0$

$(a+2)(a-6)>0$ より，

$\underline{\underline{a<-2,\ 6<a}}$ ⑥

(10)(イ) $f(x)=x^2-ax+a+3$ とおくと

$\underline{f(x)=\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}+a+3}$ △2

$y=f(x)$ のグラフは，下に凸の放物線で，

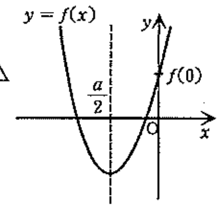
軸は，直線 $x=\dfrac{a}{2}$ となる

題意を満たすためには(ア)より

$a<-2,\ 6<a$ … ①

また，

$\underline{\dfrac{a}{2}<0 \text{ から } a<0 \text{ … ②}}$ △4



さらに，

$f(0)>0$ から

$0^2-a\cdot0+a+3>0$

$a+3>0$ より，

$\underline{a>-3 \text{ … ③}}$ △6

①，②，③の共通範囲を求めて，

$\underline{\underline{-3<a<-2}}$ ⑨

β選択問題

［β－1］平面図形

(1) 線分 AG の延長線と辺 BC との交点を D とする。

点Gは重心だから，

点Dは BC の中点となる。

よって，BD = DC

△ABD と △ACDにおいて底辺が等しく，

高さも等しいから

△ABD = △ACD

よつて

$\triangle\text{ABD}=\dfrac{1}{2}\triangle\text{ABC}$

また，AG : GD = 2 : 1 より

△ABG = 2△BGD

したがって，

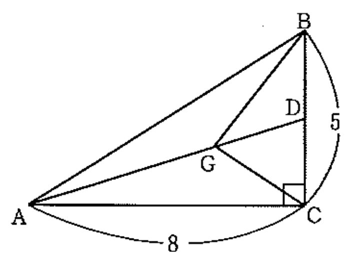
$\triangle\text{ABG}=\dfrac{2}{3}\triangle\text{ABD}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\triangle\text{ABC}$

$=\dfrac{1}{3}\triangle\text{ABC}$

ここで

$\triangle\text{ABG}=\dfrac{1}{2}\times8\times5=20$ より

$\triangle\text{ABG}=\dfrac{1}{3}\triangle\text{ABC}=\underline{\underline{\dfrac{20}{3}}}$



(2) 点Aと点Cを結ぶ。

$\overset{\frown}{\text{AE}}$ に対する円周角より

∠ACE = ∠ABE = 20°

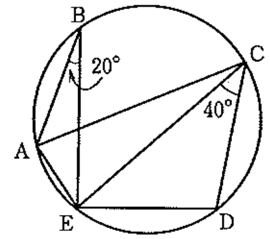
∠ACD = ∠ACE + ∠ECD = 20° + 40° = 60°

また，四角形 AEDC は円に内接しているので，

∠AED + ∠ACD = 180°

よって，

∠AED = 180° − ∠ACD = 180° − 60° = $\underline{\underline{120°}}$



(3) この円と辺 BC，辺 CA の接点を E，F とし，

AD = x とすると，

AD = AF，BD = BE，CE = CF

であるから

BE = BD = $5-x$

CE = CF = $6-x$

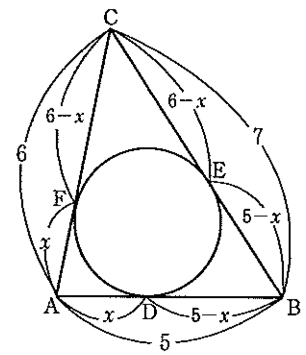
よって，

BE + CE = BC

より，$(5-x)+(6-x)=7$

$11-2x=7,\ x=2$

したがって，AD = $\underline{\underline{2}}$



(4) 三角形の角の二等分線に関する定理より

BD : DC = AB : AC = 6 : 10 = 3 : 5

よって，$\text{BD}=\dfrac{3}{3+5}\times8=3$

△ABD において，三平方の定理より

$\text{AD}=\sqrt{\text{AB}^2+\text{BD}^2}=\sqrt{6^2+3^2}=\underline{\underline{3\sqrt{5}}}$

平成18年度　春季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S I }\beta}$ 解答 No.2

［β−2］集合と論理

(1)(ア)　真（$x=3$ のとき $7x-2=7\times3-2=19$
　すなわち，$7x-2=19$ が成り立つ）

(イ)　偽（反例：$x=1$，$y=0$）

(ウ)　偽（反例：$a=2$，$b=1$，$c=-1$）

(エ)　真（$x^2-3x+2>0$ を解くと
　$(x-1)(x-2)>0$ より $x<1$，$2<x$）

(オ)　偽（反例：$\mathrm{AB}=\mathrm{DC}=1$，$\mathrm{AD}=\mathrm{BC}=2$
　となる長方形）

　したがって，真である命題は，$\underline{(ア)，(エ)}$

(2)　命題「$p\Rightarrow q$」の対偶は「$\overline{q}\Rightarrow\overline{p}$」
であるから，命題「$x=9\Rightarrow x^2=81$」の対偶は
$\underline{「x^2\neq81，\Rightarrow x\neq9」}$

(3)　ド・モルガンの法則により
$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$
ここで，$A\cup B=\{1，3，4，5，6，8，12\}$ より，
$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\underline{\{2，7，9，10，11\}}$

(4)　100から200までの自然数のうち，
2の倍数の集合をA，7の倍数の集合をBとすると
$A=\{2\cdot50，2\cdot51，2\cdot52，\cdots\cdots，2\cdot100\}$ より
$n(A)=100-49=51$
$B=\{7\cdot15，7\cdot16，7\cdot17，\cdots\cdots，7\cdot28\}$ より
$n(B)=28-14=14$
このとき，$A\cap B$ は14の倍数を表すから
$A\cap B=\{14\cdot8，14\cdot9，14\cdot10，\cdots\cdots，14\cdot14\}$ より
$n(A\cap B)=14-7=7$
すると，2または7の倍数の集合は
$A\cup B$ と表されるから，その要素の個数は
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$
$=51+14-7=\underline{58}$

［β−3］場合の数と確率

(1)　千，百，十の位にくる数は，1，2，3の3通り。
一の位にくる数は，1，3の2通り。
よって，求める場合の数は，
$3\times3\times3\times2=\underline{54（通り）}$

(2)　2つの2人のグループを区別して，2人，2人，1人の3つのグループA，B，Cに分ける方法は，
${}_5C_2\times{}_3C_2$（通り）
ここで，2つの2人のグループA，Bの区別をなくすと $2!$（通り）ずつ同じ分け方があるから，
求める方法の総数は，

$$\frac{{}_5C_2\times{}_3C_2}{2!}=\frac{\dfrac{5\times4}{2\times1}\times\dfrac{3\times2}{2\times1}}{2\times1}=\underline{15（通り）}$$

(3)　男子3人，女子3人の並べ方は，
${}_6P_6$（通り）
まず，女子3人を1人とみなして，男子3人と合わせて4人の並べ方は
${}_4P_4$（通り）
そのおのおのに対して，女子3人の並べ方は
${}_3P_3$（通り）
よって，女子3人が続いて並ぶ総数は，
${}_4P_4\times{}_3P_3$（通り）
すなわち，求める確率は，

$$\frac{{}_4P_4\times{}_3P_3}{{}_6P_6}=\frac{4!\times3!}{6!}=\underline{\frac{1}{5}}$$

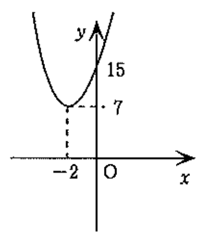
(4)　赤球3個，白球4個が入った箱の中から3個の球を取り出す取り出し方は，
${}_7C_3$（通り）
このうち，赤球1個，白球2個または赤球0個，白球3個を取り出す取り出し方は，
${}_3C_1\times{}_4C_2+{}_4C_3=3\times6+4=22$（通り）
すなわち，求める確率は，

$$\frac{{}_3C_1\times{}_4C_2+{}_4C_3}{{}_7C_3}=\frac{22}{\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}}=\underline{\frac{22}{35}}$$

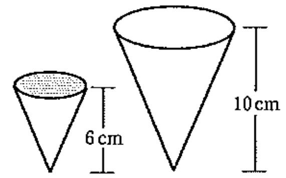
［β−4］数学Ⅰ①

(1)　放物線は軸に関して対称であるから，
原点と異なる x 軸との交点の座標は，
$(2p，0)$ となる。ただし，$p\neq0$ である。
よって，
$p^2=2p$ を解いて，$p=0，2$
$p\neq0$ であるから，$\underline{p=2}$

(2)　$y=2x^2+8x+15$
$=2(x^2+4x)+15$
$=2\{(x+2)^2-4\}+15$
$=2(x+2)^2+7$ より
2次関数のグラフは
右図のようになるから，
$x=-2$ のときに最小値をとる。
$\underline{最小値\ 7\ (x=-2)}$



(3)　入っている水の形状は容器と相似な円すいであり，その相似比は
$6:10=3:5$
したがって，水の体積と容器全体の容積の比は $3^3:5^3=\underline{27:125}$



(4)　$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，
$\sin\theta\geqq0$，$\cos\theta=-\dfrac{1}{3}$ であるから，

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$
$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\div\left(-\frac{1}{3}\right)=-2\sqrt{2}$$

よって，$\sin\theta\tan\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\times\left(-2\sqrt{2}\right)=\underline{-\dfrac{8}{3}}$

［β−5］数学Ⅰ②

(1)　$\sqrt{6a}$ が自然数となるためには，
$a=6n^2$（nは自然数）でなければならない
$6n^2<100$ より，$n^2<\dfrac{100}{6}=\dfrac{50}{3}$
よって，$n^2=1，4，9，16$ でなければならない
すなわち，a は6，24，54，96 の$\underline{4個}$

(2)　$y=x^2+2x+k$
$=(x+1)^2-1+k$
$=(x+1)^2+k-1$
軸が$x=-1$ であるから
$-2\leqq x\leqq1$ において，
$x=1$ のとき，最大値5をとることがわかる
$x=1$ のとき，$y=1^2+2\times1+k=k+3$
よって，$k+3=5$ を解いて，$\underline{k=2}$

(3)　$y=2x^2-4x+1$
$=2(x^2-2x)+1$
$=2\{(x-1)^2-1\}+1$
$=2(x-1)^2-1$ より，頂点の座標は $(1，-1)$
原点に関して対称移動すると
頂点は点 $(-1，1)$ に移り，上に凸の放物線となるから移動後の放物線の方程式は，

$y=-2\{x-(-1)\}^2+1=-2(x+1)^2+1$
$=-2(x^2+2x+1)+1$
$=-2x^2-4x-1$
すなわち，$\underline{y=-2x^2-4x-1}$
$\left(\underline{y=-2(x+1)^2+1も可}\right)$

【別解】
$y=f(x)$ を原点に関して対称移動して得られる放物線の方程式は，
$y=-f(-x)$
ゆえに，
$y=-\{2(-x)^2-4(-x)+1\}$
$=-(2x^2+4x+1)$
$=-2x^2-4x-1$
すなわち，$\underline{y=-2x^2-4x-1}$

(4)　△ABC に正弦定理を適用して，

$$\frac{\mathrm{AC}}{\sin60^\circ}=\frac{12}{\sin A}$$

ここで，$\angle\mathrm{A}=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$
であるから，

$$\mathrm{AC}=\frac{12}{\sin45^\circ}\times\sin60^\circ=12\div\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=\underline{6\sqrt{6}}$$