SⅡ $\alpha\cdot\beta$ (アルファ・ベータ)

平成16年4月14日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数　学　学　力　テ　ス　ト

（時間50分）

第　　学年　　組　　番	氏名	

注意事項

1. 問題用紙と解答用紙はこの冊子にはさんであります。

2. SⅡαまたはSⅡβのうち，学校で指定されたいずれか一方を解答して下さい。

- SⅡαは，1頁～5頁に印刷してあります。
  ［α－1］から［α－10］までの10群のうちから，学校で指定された4群を解答して下さい。
- SⅡβは，6頁～9頁に印刷してあります。
  ［β共通問題］を解答し，さらに［β－1］から［β－8］までの8群のうちから学校で指定された2群を解答して下さい。

3. 解答はすべてSⅡα，SⅡβ専用の解答用紙に記入して下さい。
なお，SⅡβを解答する場合は，指定された2群の番号を，下欄および解答用紙の選択番号欄に番号順に記入して下さい。

（SⅡβの選択番号→）　$\beta-\boxed{}$，　$\beta-\boxed{}$

4. 解答用紙の記入する欄を間違えないように注意して下さい。

S Ⅱ α 学力テスト

[α－1] 図形と方程式

(1) x 軸に関して点 P(2，−3) と対称な点Qの座標を求めよ。

(2) 2点 A(−3，5)，B(1，7) を結ぶ線分 AB の中点の座標を求めよ。

(3) 2点 (1，2)，(−2，−1) を通る直線の方程式を求めよ。

(4) 中心が (2，−2) で，点 (−1，−1) を通る円の方程式を求めよ。

(5) 円 $x^2+y^2=5$ 上の点 (1，2) における接線の方程式を求めよ。

[α－2] 三角関数

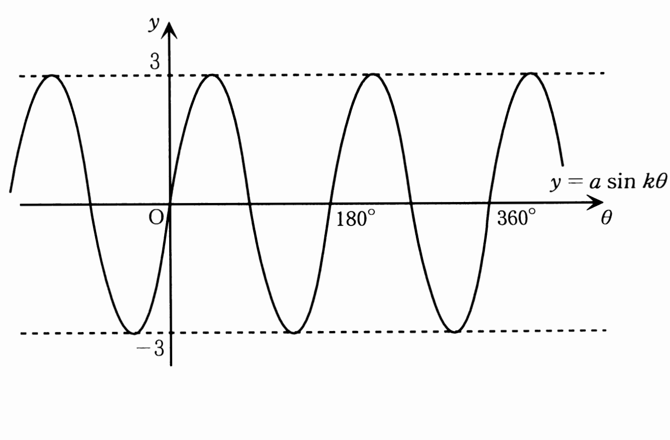
(1) $\sin(-30^\circ)$ の値を求めよ。

(2) θ を第4象限の角とする。$\cos\theta=\dfrac{3}{5}$ のとき，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(3) $\sin(90^\circ-\theta)-\cos(-\theta)$ を簡単にせよ。

(4) $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき，方程式 $\sin\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を解け。

(5) 下図は関数 $y=a\sin k\theta$ のグラフである。定数 a，k の値を求めよ。
ただし，$a>0$，$k>0$ とする。

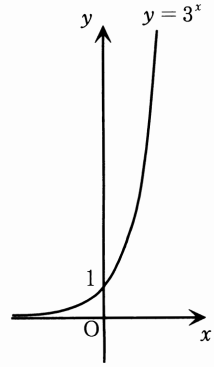


[α－3] 指数関数・対数関数

(1) $5^{-\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{4}{3}}$ を計算せよ。

(2) $\log_2 6 - \log_2 24$ を計算せよ。

(3) 右図は，関数 $y = 3^x$ のグラフである。x の値の範囲が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y のとりうる値の範囲は $a \leqq y \leqq b$ であるという。定数 a，b の値を求めよ。



(4) 方程式 $\log_5(x+2) = 2$ を解け。

(5) $\log_{10} 300$ の値を求めよ。ただし，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

[α－4] 微 分・積 分

(1) 関数 $y = x^3 - x^2 + 3x - 3$ を微分せよ。

(2) 定積分 $\int_1^2 (3x^2 + 2x)\,dx$ の値を求めよ。

(3) 条件 $f'(x) = 3x^2 - 4x + 5$，$f(1) = 7$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

(4) 放物線 $y = x^2 - 2x$ 上の点 $(3, 3)$ における接線の傾きを求めよ。

(5) 等式 $\int_0^a (x-2)\,dx = 0$ を満たす定数 a の値を求めよ。

[$\alpha-5$] 数と式

(1) $(x-3-y)(x-y)$ を展開せよ。

(2) $3x^2+17x+10$ を因数分解せよ。

(3) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ の分母を有理化せよ。

(4) 整式 $2x^3-3x^2+5$ を整式 $x-1$ で割ったときの商と余りを求めよ。

(5) 等式 $|x+2|=4$ を満たす実数 x の値を求めよ。

[$\alpha-6$] 数列

(1) 等差数列 1, 5, 9, 13, …… において，第 20 項を求めよ。

(2) 等比数列 -27, 18, -12, 8, …… において，公比を求めよ。

(3) 第 n 項が $a_n=2n+3$ の式で表される等差数列 $\{a_n\}$ の初項と，公差を求めよ。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和が $S_n=n^2$ ($n=1, 2, 3, \cdots\cdots$) となるとき，一般項 a_n を求めよ。

(5) $\sum_{k=1}^{5} 4k$ を求めよ。

[$\alpha-7$] 2 次関数

(1) 放物線 $y=-3(x+2)^2+5$ の頂点の座標を求めよ。

(2) 2 次関数 $y=2x^2-3x+c$ において，$x=2$ のとき，y の値が 7 となる。このとき，定数 c の値を求めよ。

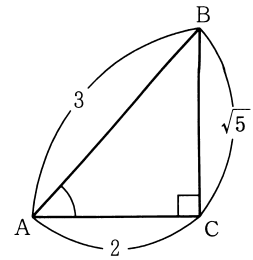
(3) 2 次関数 $y=x^2-8x+7$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標を求めよ。

(4) 2 次関数 $y=x^2+2x+k$ が最小値 3 をとるように，定数 k の値を定めよ。

(5) 2 次不等式 $x^2-5x+6>0$ を解け。

[$\alpha-8$] 図形と計量

(1) 右図のような，$AB=3$，$BC=\sqrt{5}$，$CA=2$，$C=90^\circ$ の直角三角形 ABC において，$\tan A$ の値を求めよ。

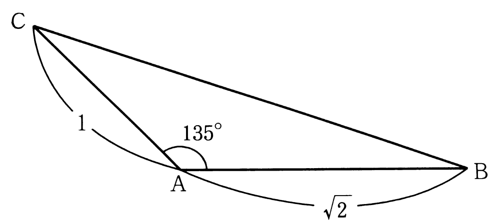


(2) $\tan 30^\circ \times \cos 150^\circ$ の値を求めよ。

(3) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，等式 $\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$ を満たす θ の値を求めよ。

(4) $90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ で，$\sin\theta=\dfrac{2}{3}$ のとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

(5) 右図のような，$AB=\sqrt{2}$，$AC=1$，$\angle A=135^\circ$ の $\triangle ABC$ において，辺 BC の長さを求めよ。



[$\alpha-9$] 個数の処理

(1) 6 個の文字 A, B, C, D, E, F の中から異なる 3 つの文字を選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

(2) 4 個の数字 1, 2, 3, 4 を使ってできる 3 桁(けた)の整数はいくつあるか。ただし，同じ数字を繰り返し使えるものとする。

(3) 正七角形の対角線は何本あるか。

(4) 8 人を 5 人と 3 人の組に分ける方法は何通りあるか。

(5) A, B, C, D, E の 5 人を円形のテーブルに着席させる方法は何通りあるか。

[$\alpha-10$] 確　率

(1) 1 個のさいころを 2 回投げるとき，2 回とも偶数の目が出る確率を求めよ。

(2) 2 個のさいころを同時に投げるとき，目の和が 5 の倍数になる確率を求めよ。

(3) 1 枚の硬貨を 5 回投げるとき，2 回だけ表が出る確率を求めよ。

(4) 白球 6 個，赤球 4 個入っている袋から，球を 3 個取り出す。白球がちょうど 2 個含まれる確率を求めよ。

(5) 10 本のくじの中に当たりくじが 2 本ある。これらのくじの中から同時に 3 本引くとき，少なくとも 1 本が当たりくじである確率を求めよ。

S Ⅱ β 学 力 テ ス ト

β 共通問題　次の問いに答えよ。

(1) θ を第4象限の角とする。$\cos\theta = \dfrac{3}{5}$ のとき，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(2) $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき，方程式 $\tan\theta + 1 = 0$ を解け。

(3) 方程式 $\log_{\frac{1}{5}}(x+2) = -1$ を解け。

(4) 2^{50} は何桁(けた)の数か。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(5) 関数 $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$ の不定積分 $F(x)$ のうち，$F(1) = 7$ を満たすものを求めよ。

(6) 関数 $y = x^3 - 3x^2 - 9x + k$ の極小値が 3 のとき，定数 k の値を求めよ。

(7) 円 $x^2 + y^2 = 5$ 上の点 $(1,\ 2)$ における接線の方程式を求めよ。

(8) 円 $x^2 + y^2 = 9$ と直線 $y = x + k$ が共有点をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ。

(9) 方程式 $2 \times 4^x + 2^x - 1 = 0$ について，次の問いに答えよ。

(ア) $2^x = X$ とおくとき，4^x を X で表せ。

(イ) 方程式を解け。（途中経過を書け）

(10) 関数 $y = 2x^2 - 3x - 2$ …① のグラフについて，次の問いに答えよ。

(ア) 点 $(2,\ 0)$ における接線の方程式を求めよ。

(イ) ① のグラフと (ア) で求めた接線，および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。（途中経過を書け）

β 選択問題　［β－1］から［β－8］までの8群のうち，学校で指定された2群を解答すること。

［β－1］ 数と式

(1) $\dfrac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}$ の分母を有理化せよ。

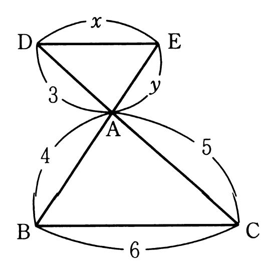
(2) 整式 $6x^3-5x^2+4x-3$ を整式 B で割ると，商が $3x+2$，余りが $7x-5$ である。整式 B を求めよ。

(3) $3x=2y\fallingdotseq 0$ のとき，$\dfrac{3x+y}{x+y}$ の値を求めよ。

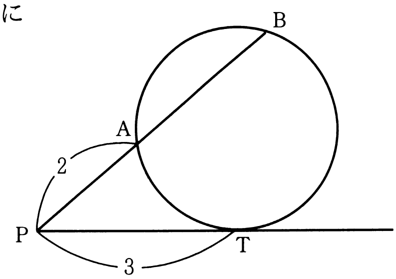
(4) $x^2+y^2=5$，$xy=2$ のとき，$x+y$ の値を求めよ。

［β－2］ 平面幾何

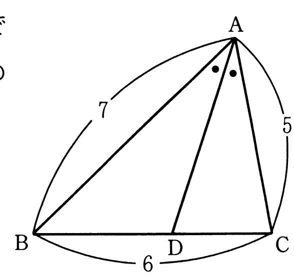
(1) 線分 BE と線分 CD の交点を A とし，BC // DE とする。
AB＝4，BC＝6，CA＝5，AD＝3，DE＝x，EA＝y とする。
このとき，x，y の値を求めよ。



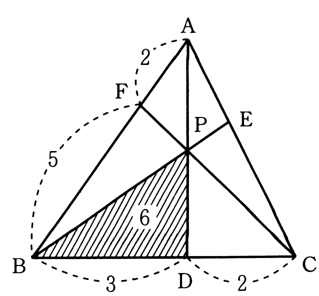
(2) 右図において，円の弦 AB の延長と円周上の点 T における接線が点 P で交わり，PA＝2，PT＝3 のとき，弦 AB の長さを求めよ。



(3) 右図の △ABC において，AD は ∠BAC の二等分線である。AB＝7，AC＝5，BC＝6 のとき，線分 BD の長さを求めよ。



(4) 右図のような △ABC 内に1点 P をとり，線分 AP，BP，CP の延長と辺 BC，CA，AB との交点をそれぞれ D，E，F とする。
AF : FB＝2 : 5，BD : DC＝3 : 2，△PBD の面積が 6 のとき，△ABD の面積を求めよ。



[$\beta-3$] **数　　列**

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和が $S_n=n^2-4n$ ($n=1, 2, 3, \cdots\cdots$) となるとき，一般項 a_n を求めよ。

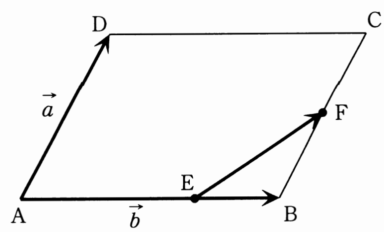
(2) $\sum_{k=1}^{n}(6k^2+4k)$ を求めよ。

(3) 数列　1，1+2，1+2+4，1+2+4+8，…… において，第 10 項の値を求めよ。

(4) $a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+4$ ($n=1, 2, 3, \cdots\cdots$) で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[$\beta-4$] **ベクトル**

(1) 平行四辺形 ABCD がある。辺 AB を 2：1 の比に内分する点を E，辺 BC の中点を F とする。$\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{EF}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。



(2) $\vec{a}=(-1, 2)$，$\vec{b}=(3, -1)$，$\vec{c}=(-6, 7)$ のとき，$\vec{c}=k\vec{a}+l\vec{b}$ を満たす実数 k，l の値を求めよ。

(3) 2 つのベクトル $\vec{a}=(x-1, 2)$ と $\vec{b}=(1, x+2)$ が垂直となるように，x の値を定めよ。

(4) 3 点 $(2, -1, 3)$，$(3, 2, 1)$，$(x, y, 5)$ が同じ直線上にあるように，x，y の値を定めよ。

[$\beta-5$] **複素数と複素数平面**　（この選択群で使用している i は虚数単位を表す）

(1) 方程式 $x^3-3x^2+4x-2=0$ を解け。

(2) 2 次方程式 $x^2+x+k=0$ の 2 つの解の比が 2：(−3) であるとき，定数 k の値を求めよ。

(3) $(1+i)^{10}$ を計算せよ。

(4) $|z-1+\sqrt{3}i|=1$ を満たす z について，$|z|$ の最大値を求めよ。

[β－6] 確率分布

(1) 1個のサイコロを2回投げたところ，出た目の積が偶数となった。1回目に出た目が偶数であった確率を求めよ。

(2) 2本の当たりくじを含む9本のくじがある。このくじをAが1本引き，次にBが1本引くとき，Bが当たりくじを引く確率を求めよ。ただし，引いたくじはもとに戻さないものとする。

(3) 箱の中に5枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ がある。この中から1枚取り出すとき，カードに記入された数を X とする。確率変数 X の分散 $V(X)$ を求めよ。

(4) 袋の中に3個の白球と2個の赤球が入っている。この袋から同時に2個の球を取り出すとき，取り出された球に含まれる白球の個数を X とする。確率変数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

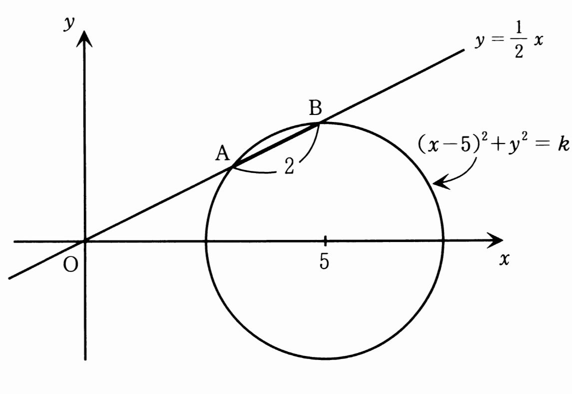
[β－7] 数学Ⅱ①

(1) $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ のとき，方程式 $\cos 2\theta = 1-3\cos\theta$ を解け。

(2) $\log_3 36+\log_3 \dfrac{3}{2}-\log_3 2\sqrt{3}$ を計算せよ。

(3) 放物線 $y=x^2-ax$ と x 軸で囲まれた部分の面積が36になるとき，定数 a の値を求めよ。ただし，$a>0$ とする。

(4) 直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ と円 $(x-5)^2+y^2=k$ との共有点をA，Bとする。線分ABの長さが2であるとき，定数 k の値を求めよ。



[β－8] 数学Ⅱ②

(1) $\cos 75^\circ \cos 15^\circ + \sin 75^\circ \sin 15^\circ$ の値を求めよ。

(2) 方程式 $3^{x-1}=\dfrac{1}{27}$ を解け。

(3) 関数 $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ において，$f'(a)=0$ となる定数 a の値を求めよ。

(4) 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が連立不等式 $\begin{cases} 2x+y \geqq 0 \\ 7x+y-15 \leqq 0 \end{cases}$ を満たす領域を動くとき，$x+y$ の最小値を求めよ。