SⅡα

SⅡα学力テスト解答用紙

（平成16年４月14日実施）

［α－１］から［α－10］までの10群のうちから，学校で指定された４群を解答すること。
各５点

第　学年　組　番	氏名		得点	/100

［α－１］	(1) Q(　，　)	(2) (　，　)	(3)	(4)	(5)	/25
［α－２］	(1)	(2) $\tan\theta=$	(3)	(4) $\theta=$	(5) $a=$　，$k=$	/25
［α－３］	(1)	(2)	(3) $a=$　，$b=$	(4) $x=$	(5)	/25
［α－４］	(1) $y'=$	(2)	(3) $f(x)=$	(4)	(5) $a=$	/25
［α－５］	(1)	(2)	(3)	(4) 商 余り	(5) $x=$	/25
［α－６］	(1)	(2)	(3) 初項 公差	(4) $a_n=$	(5)	/25
［α－７］	(1) (　，　)	(2) $c=$	(3)	(4) $k=$	(5)	/25
［α－８］	(1) $\tan A=$	(2)	(3) $\theta=$	(4) $\cos\theta=$	(5) BC $=$	/25
［α－９］	(1)　通り	(2)　個	(3)　本	(4)　通り	(5)　通り	/25
［α－10］	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	/25

SⅡα

SⅡα学力テスト正答表

（平成16年４月14日実施）

［α－１］から［α－10］までの10群のうちから，学校で指定された４群を解答すること。
各５点

第　学年　組　番	氏名		得点	/100

［α－１］	(1) Q(2, 3)	(2) (−1, 6)	(3) $y=x+1$	(4) $(x-2)^2+(y+2)^2=10$ 〔$x^2+y^2-4x+4y-2=0$も可〕	(5) $x+2y=5$	/25
［α－２］	(1) $-\frac{1}{2}$	(2) $\tan\theta=-\frac{4}{3}$	(3) 0	(4) $\theta=225°,\ 315°$	(5) $a=3$ ，$k=2$	/25
［α－３］	(1) 5	(2) −2	(3) $a=\frac{1}{9}$，$b=3$	(4) $x=23$	(5) 2.4771	/25
［α－４］	(1) $y'=3x^2-2x+3$	(2) 10	(3) $f(x)=x^3-2x^2+5x+3$	(4) 4	(5) $a=0,\ 4$	/25
［α－５］	(1) $x^2-2xy+y^2-3x+3y$	(2) $(3x+2)(x+5)$	(3) $\sqrt{5}+2$	(4) 商　$2x^2-x-1$ 余り　4	(5) $x=2,\ -6$	/25
［α－６］	(1) 77	(2) $-\frac{2}{3}$	(3) 初項　5 公差　2	(4) $a_n=2n-1$	(5) 60	/25
［α－７］	(1) (−2, 5)	(2) $c=5$	(3) 1，7	(4) $k=4$	(5) $x<2,\ 3<x$	/25
［α－８］	(1) $\tan A=\frac{\sqrt{5}}{2}$	(2) $-\frac{1}{2}$	(3) $\theta=120°$	(4) $\cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{3}$	(5) $BC=\sqrt{5}$	/25
［α－９］	(1) 120　通り	(2) 64　個	(3) 14　本	(4) 56　通り	(5) 24　通り	/25
［α－10］	(1) $\frac{1}{4}$	(2) $\frac{7}{36}$	(3) $\frac{5}{16}$	(4) $\frac{1}{2}$	(5) $\frac{8}{15}$	/25

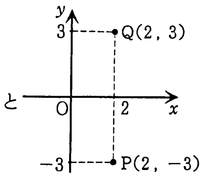
平成16年度　春季県下一斉学力テスト $\boxed{\mathrm{S\,II}\,\alpha}$ 解答 No. 1

α共通問題

[α － 1] 図形と方程式

(1) 右図より

$Q(2,\ 3)$



(2) ABの中点を $M(x,\ y)$ とすると，

$x=\dfrac{-3+1}{2}=-1$

$y=\dfrac{5+7}{2}=6$

よって 点Mの座標は $(-1,\ 6)$

(3) $y-2=\dfrac{-1-2}{-2-1}(x-1)$ から

$y-2=x-1$

$y=x+1$

(4) 求める円の半径を r とすると

$r=\sqrt{\{(-1)-2\}^2+\{-1-(-2)\}^2}$

$=\sqrt{10}$

よって，求める円の方程式は

$(x-2)^2+(y+2)^2=10$

(5) 円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点 $(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は $x_1x+y_1y=r^2$ であるから，円 $x^2+y^2=5$ 上の点 $(1,\ 2)$ における接線の方程式は

$x+2y=5$

[α － 2] 三角関数

(1) $\sin(-\theta)=-\sin\theta$ であるから

$\sin(-30^\circ)=-\sin 30^\circ$

$=-\dfrac{1}{2}$

(2) $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より

$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\left(\dfrac{3}{5}\right)^2}$

$1+\tan^2\theta=\dfrac{25}{9}$

$\tan^2\theta=\dfrac{16}{9}$

θ は第4象限の角だから $\tan\theta<0$

よって $\tan\theta=-\dfrac{4}{3}$

(3) $\sin(90^\circ-\theta)-\cos(-\theta)$

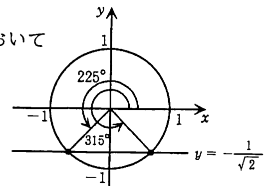
$=\cos\theta-\cos\theta=0$

(4) $0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ において

$\sin\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を

満たす角 θ は

$\theta=225^\circ,\ 315^\circ$



(5) 関数 $y=a\sin k\theta\ (a>0)$ のグラフにおいて最大値は a，最小値は $-a$ である。

このグラフの最大値が3，最小値が -3 であるから　$a=3$

また，周期が $\dfrac{360^\circ}{k}$ である。

このグラフの周期は 180° であるから

$\dfrac{360^\circ}{k}=180^\circ$

よって　$k=2$

[α － 3] 指数関数・対数関数

(1) $5^{-\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{4}{3}}=5^{-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}}=5^{\frac{3}{3}}=5$

(2) $\log_2 6-\log_2 24=\log_2\dfrac{6}{24}$

$=\log_2\dfrac{1}{4}=\log_2 2^{-2}=-2$

(3) $y=3^x$ は増加関数である。

$x=-2$ のとき $y=3^{-2}=\dfrac{1}{9}$

$x=1$ のとき $y=3^1=3$

であるから　$\dfrac{1}{9}\leqq y\leqq 3$

よって $a=\dfrac{1}{9},\ b=3$

(4) $\log_5(x+2)=2$ であるから，対数の定義により

$x+2=5^2$

$x+2=25$

$x=23$

(5) $\log_{10}300$

$=\log_{10}(3\times 100)$

$=\log_{10}3+\log_{10}100$

$=0.4771+2$

$=2.4771$

[α － 4] 微分・積分

(1) $y=x^3-x^2+3x-3$ であるから

$y'=3x^2-2x+3$

(2) $\displaystyle\int_1^2(3x^2+2x)dx$

$=\Big[x^3+x^2\Big]_1^2$

$=(2^3+2^2)-(1^3+1^2)$

$=12-2=10$

(3) $f'(x)=3x^2-4x+5$ であるから

$f(x)=\displaystyle\int(3x^2-4x+5)dx$

$=x^3-2x^2+5x+C$

$f(1)=7$ より

$1^3-2\times 1^2+5\times 1+C=7$

$C=3$

ゆえに，求める関数 $f(x)$ は

$f(x)=x^3-2x^2+5x+3$

(4) $x=3$ における微分係数が放物線上の点 $(3,\ 3)$ における接線の傾きを表すから

$f(x)=x^2-2x$ とおくと

$f'(x)=2x-2$

$f'(3)=2\times 3-2=4$

よって，接線の傾きは 4

(5) $\displaystyle\int_0^a(x-2)dx=0$

$\left[\dfrac{1}{2}x^2-2x\right]_0^a=0$

$\left(\dfrac{1}{2}a^2-2a\right)-0=0$

両辺を2倍して

$a^2-4a=0$

$a(a-4)=0$

よって，$a=0,\ 4$

[α － 5] 数と式

(1) $(x-3-y)(x-y)$

$=(x-y-3)(x-y)$

$=(x-y)^2-3(x-y)$

$=x^2-2xy+y^2-3x+3y$

(2) $3x^2+17x+10$

$=(3x+2)(x+5)$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 2 & \rightarrow & 2\\ 1 & & 5 & \rightarrow & 15\\ \hline & & & & 17 \end{array}$$

(3) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{1\times(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{5}+2$

(4)

$$\begin{array}{r} 2x^2-\ x\ -1\\ x-1\,\big)\overline{\,2x^3-3x^2\qquad+5}\\ \underline{2x^3-2x^2}\\ -x^2\\ \underline{-x^2+x}\\ -x+5\\ \underline{-x+1}\\ 4 \end{array}$$

商 $2x^2-x-1$，余り 4

(5) $|x+2|=4$ のとき

$x+2=4$ または $x+2=-4$ なので

$x=2$　または $x=-6$

よって $x=2,\ -6$

[α － 6] 数　列

(1) この数列の初項は1，公差は4だから

第20項を a_{20} とすると

$a_{20}=1+(20-1)\times 4$

$=1+19\times 4=77$

(2) この数列の公比を r とすると，

$-27r=18$

$r=-\dfrac{2}{3}$

(3) $a_n = 2n+3$ より 初項は
$a_1 = 2\times1+3 = 5$
公差を d とすると
$d = a_{n+1}-a_n$
$= \{2(n+1)+3\}-(2n+3)$
$= 2n+2+3-2n-3$
$= 2$
よって，初項5，公差2

(4) $n \geqq 2$ のとき
$a_n = S_n - S_{n-1}$
$= n^2-(n-1)^2 = n^2-(n^2-2n+1)$
$= 2n-1$
また，$n=1$ のときは $a_1 = S_1 = 1^2 = 1$
よって $a_n = 2n-1$ は $n=1$ のときにも成り立つ。
以上により一般項 a_n は
$a_n = 2n-1$

(5) $\sum_{k=1}^{5} 4k = 4\sum_{k=1}^{5} k = 4\times\frac{1}{2}\times5\times(5+1)$
$= 10\times6 = 60$

［α－7］2次関数

(1) 放物線 $y=a(x-p)^2+q$ の頂点の座標が (p, q) であるから，放物線 $y=-3(x+2)^2+5$ の頂点の座標は $(-2, 5)$

(2) $y=2x^2-3x+c$ において $x=2$ のとき，
y の値が7になるから
$7 = 2\times2^2-3\times2+c$
$7 = 8-6+c$
よって $c=5$

(3) $y=x^2-8x+7$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は，方程式 $x^2-8x+7=0$ の解である。
これを解くと
$(x-1)(x-7)=0$
$x=1, 7$　　よって 1，7

(4) $y = x^2+2x+k$
$= x^2+2x+1-1+k$
$= (x+1)^2-1+k$ より
この2次関数のグラフは下に凸なので頂点の y 座標が最小値になる。よって
最小値は $-1+k$
ここで2次関数の最小値が3であるから
$-1+k=3$
$k=4$

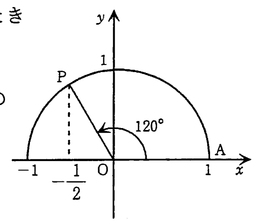
(5) $x^2-5x+6>0$
2次方程式 $x^2-5x+6=0$ を解くと
$x=2, 3$
よって $x^2-5x+6>0$ の解は
$x<2,\ 3<x$

［α－8］図形と計量

(1) $\tan A = \frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{AC}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

(2) $\tan 30^\circ \times \cos 150^\circ$
$= \frac{1}{\sqrt{3}}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

(3) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき
$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ を
満たす角 θ は右図の
$\angle\mathrm{AOP}$ であるから
$\theta = 120^\circ$



(4) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より
$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$
$\cos^2\theta = 1-\frac{4}{9}$
$\cos^2\theta = \frac{5}{9}$
$90^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき $\cos\theta \leqq 0$ なので
$\cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

(5) 余弦定理より
$\mathrm{BC}^2 = 1^2+(\sqrt{2})^2-2\times1\times\sqrt{2}\times\cos 135^\circ$
$= 1+2-2\sqrt{2}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
$= 5$
$\mathrm{BC}>0$ なので

［α－9］個数の処理

(1) ${}_6\mathrm{P}_3 = 6\times5\times4$
$= 120$（通り）

(2) 4個のものから重複を許して3個を取った順列なので　$4^3 = 64$（個）

(3) 正七角形の7個の頂点から2個を選ぶと線分が1本定まり，その総数は ${}_7\mathrm{C}_2$
このうち，正七角形の辺となっているものが7本あるので，正七角形の対角線の総数は
${}_7\mathrm{C}_2-7 = \frac{7\times6}{2\times1}-7 = 21-7 = 14$（本）

(4) 8人から5人を選んで組をつくると，残った3人で組になる。
よって，求める組分けの数は
${}_8\mathrm{C}_5\times1 = {}_8\mathrm{C}_3 = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$（通り）

(5) n 個のものの円順列の総数は $(n-1)!$ なので
$(5-1)! = 4! = 24$（通り）

［α－10］確　率

(1) 全事象を S とすると $n(S) = 6\times6 = 36$
「2回とも偶数の目が出る」事象を A とすると
$n(A) = 3\times3 = 9$
よって，求める確率 $\mathrm{P}(A)$ は
$\mathrm{P}(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

(2) 全事象を S とする。$n(S) = 6\times6 = 36$
「目の和が5の倍数である」事象を A とすると
和が5 (1，4) (2，3) (3，2) (4，1)
和が10 (4，6) (5，5) (6，4)
なので $n(A) = 4+3 = 7$
よって求める確率 $\mathrm{P}(A)$ は
$\mathrm{P}(A) = \frac{7}{36}$

(3) 1枚の硬貨を投げたとき，表が出る確率は $\frac{1}{2}$ である。この試行は硬貨を5回反復して投げる試行であるから，表が2回，裏が3回出る確率は
${}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^3$
$= \frac{5\times4}{2\times1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3$
$= \frac{5}{16}$

(4) 全事象を S とすると
$n(S) = {}_{10}\mathrm{C}_3 = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = 120$
「白球2個，赤球1個を取り出す」事象を
A とすると
$n(A) = {}_6\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_1 = \frac{6\times5}{2\times1}\times4 = 60$
よって，求める確率 $\mathrm{P}(A)$ は
$\mathrm{P}(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$

(5)「少なくとも1本が当たりくじである」事象は「3本すべてがはずれくじである」という事象 A の余事象 $\overline{A}$ である。全事象を S とすると
$n(S) = {}_{10}\mathrm{C}_3 = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = 120$
また $n(A) = {}_8\mathrm{C}_3 = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$
であるから
事象Aが起こる確率 $\mathrm{P}(A)$ は
$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$
よって，求める確率 $\mathrm{P}(\overline{A})$ は
$\mathrm{P}(\overline{A}) = 1-\frac{7}{15} = \frac{8}{15}$

SⅡβ

SⅡβ学力テスト解答用紙

(平成16年４月14日実施)

第　　学年　　組　　番	氏名		得点	／100

β共通問題

(1)	5点	(2)	5点	(3)	5点	(4)	5点	
(5)	5点	(6)	5点	(7)	5点	(8)	5点	
(9)(ア)			2点	(10)(ア)			4点	
(9)(イ)			8点	(10)(イ)			6点	／60点

β選択問題　[β−1] から [β−8] までの８群のうち，学校で指定された２群の番号を□に番号順に記入し，解答すること。

β−□	(1)	(2)	
	(3)	(4)	
各５点			／20点
β−□	(1)	(2)	
	(3)	(4)	
各５点			／20点

SⅡβ

SⅡβ学力テスト正答表 （平成16年4月14日実施）

第　学年　組　番	氏名		得点	／100

β共通問題

(1)	$-\frac{4}{5}$	5点	(2)	$\theta = 135°，315°$	5点
(3)	$x = 3$	5点	(4)	16 桁	5点
(5)	$F(x) = x^3-2x^2+5x+3$	5点	(6)	$k = 30$	5点
(7)	$x+2y-5 = 0$	5点	(8)	$-3\sqrt{2} \leqq k \leqq 3\sqrt{2}$	5点
(9)(ア)	$4^x = X^2$	2点	(10)(ア)	$y = 5x-10$	4点

(9)(イ) $2^x = X$ としたとき，$X > 0$ であり，

与えられた方程式は

$2X^2+X-1 = \underline{0}$ △2

よって

$(2X-1)(X+1) = \underline{0}$ △4

$X > 0$ であるから

$X = \underline{\frac{1}{2}}$ △6

したがって

$2^x = \frac{1}{2}$

$2^x = 2^{-1}$

ゆえに　$\underline{\underline{x = -1}}$ ⑧

8点

(10)(イ) 面積を求めるのは，図の斜線部分であるから，その面積を S とすると

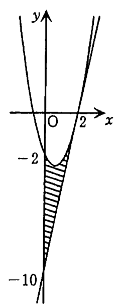
$$S = \underline{\int_0^2 \left\{(2x^2-3x-2)-(5x-10)\right\}dx} \ △3$$

$$= \int_0^2 (2x^2-8x+8)dx$$

$$= \left[\frac{2}{3}x^3-4x^2+8x\right]_0^2$$

$$= \left(\frac{16}{3}-16+16\right)-0$$

$$= \underline{\underline{\frac{16}{3}}} \ ⑥$$



6点

／60点

β選択問題　[β−1] から [β−8] までの8群のうち，学校で指定された2群の番号を□に番号順に記入し，解答すること。

β−1 各5点	(1)	$5+2\sqrt{6}$	(2)	$2x^2-3x+1$	／20点
	(3)	$\frac{9}{5}$	(4)	± 3	
β−2 各5点	(1)	$x = \frac{18}{5}，y = \frac{12}{5}$	(2)	$\frac{5}{2}$	／20点
	(3)	$\frac{7}{2}$	(4)	12	
β−3 各5点	(1)	$a_n = 2n-5$	(2)	$n(n+1)(2n+3)$	／20点
	(3)	1023	(4)	$a_n = 5\times 2^{n-1}-4$	
β−4 各5点	(1)	$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$	(2)	$k = 3，l = -1$	／20点
	(3)	$x = -1$	(4)	$x = 1，y = -4$	
β−5 各5点	(1)	$x = 1，1\pm i$	(2)	-6	／20点
	(3)	$32i$	(4)	3	
β−6 各5点	(1)	$\frac{2}{3}$	(2)	$\frac{2}{9}$	／20点
	(3)	2	(4)	$\frac{6}{5}$	
β−7 各5点	(1)	$\theta = 60°，300°$	(2)	$\frac{5}{2}$	／20点
	(3)	$a = 6$	(4)	$k = 6$	
β−8 各5点	(1)	$\frac{1}{2}$	(2)	$x = -2$	／20点
	(3)	$a = 1$	(4)	-3	

平成16年度　春季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S II } \beta}$ 解答 No.1

β共通問題

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ に $\cos\theta=\dfrac{3}{5}$ を代入して

$\sin^2\theta+\left(\dfrac{3}{5}\right)^2=1$

よって　$\sin^2\theta=\dfrac{16}{25}$

ここで，θ は第4象限の角であるから $\sin\theta<0$

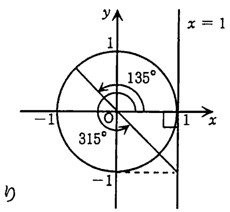
ゆえに $\sin\theta=\underline{\underline{-\dfrac{4}{5}}}$

(2) $\tan\theta+1=0$ より

$\tan\theta=-1$

$0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ より

$\underline{\underline{\theta=135^\circ,\ 315^\circ}}$



(3) $\log_{\frac{1}{5}}(x+2)=-1$ より

$x+2=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-1}$

$x+2=5$

よって　$\underline{\underline{x=3}}$

(4) $\log_{10}2^{50}=50\log_{10}2$

$=50\times0.3010$

$=15.05$

よって $10^{15}\leqq2^{50}<10^{16}$ であるから，2^{50} は $\underline{\underline{16\text{ 桁}}}$ の整数である。

(5) $F(x)=\int(3x^2-4x+5)dx$

$=x^3-2x^2+5x+C$

$F(1)=1^3-2\times1^2+5\times1+C=7$

より　$C=3$

よって，$\underline{\underline{F(x)=x^3-2x^2+5x+3}}$

(6) $y'=3x^2-6x-9$

$=3(x^2-2x-3)$

$=3(x+1)(x-3)$

したがって，増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	$5+k$	↘	$-27+k$	↗
		(極大)		(極小)	

極小値が3であるから

$-27+k=3$

$\underline{\underline{k=30}}$

(7) 円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点 $(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は $x_1x+y_1y=r^2$ であるから，

円 $x^2+y^2=5$ 上の点 $(1,\ 2)$ における接線の方程式は

$\underline{\underline{x+2y=5}}$

【別解】 円の中心 $(0,\ 0)$ と点 $(1,\ 2)$ を通る直線の方程式は

$y=2x$

求める接線は，この直線に垂直で点 $(1,\ 2)$ を通るから

$y-2=-\dfrac{1}{2}(x-1)$

$\underline{\underline{x+2y-5=0}}$

(8) 円の中心 $(0,\ 0)$ と直線 $y=x+k$ の距離は，直線の式が $x-y+k=0$ と変形されることから，点と直線の距離の公式により

$\dfrac{|0-0+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k|}{\sqrt{2}}$

ここで，円の半径が3であるから，円と直線が共有点をもつならば

$\dfrac{|k|}{\sqrt{2}}\leqq3$

が成り立つ。よって

$|k|\leqq3\sqrt{2}$

したがって　$\underline{\underline{-3\sqrt{2}\leqq k\leqq3\sqrt{2}}}$

【別解】 円と直線が共有点をもつのは，連立方程式

$\begin{cases} x^2+y^2=9 & \cdots\cdots ① \\ y=x+k & \cdots\cdots ② \end{cases}$

が実数解をもつ場合である。

①に②を代入して

$x^2+(x+k)^2=9$

これを整理すると

$2x^2+2kx+(k^2-9)=0$

この方程式が実数解をもつので

$D\geqq0$

〔注：2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ において，普通 b^2-4ac を D で表し，判別式という〕

よって　$(2k)^2-4\cdot2\cdot(k^2-9)\geqq0$

$-4k^2+72\geqq0$

$k^2-18\leqq0$

$(k+3\sqrt{2})(k-3\sqrt{2})\leqq0$

したがって　$\underline{\underline{-3\sqrt{2}\leqq k\leqq3\sqrt{2}}}$

(9) (ア) $4^x=(2^2)^x=2^{2x}=(2^x)^2=\underline{\underline{X^2}}$ ②

(イ) $2^x=X$ としたとき，$X>0$ であり，与えられた方程式は

$2X^2+X-1=\underline{0}$ 2

よって

$(2X-1)(X+1)=\underline{0}$ 4

$X>0$ であるから

$X=\underline{\dfrac{1}{2}}$ 6

したがって

$2^x=\dfrac{1}{2}$

$2^x=2^{-1}$

ゆえに　$\underline{\underline{x=-1}}$ ⑧

(10) (ア) $y=2x^2-3x-2$ を微分して

$y'=4x-3$

したがって，点 $(2,\ 0)$ における接線の傾きは

$4\times2-3=5$

よって，求める接線の方程式は $(2,\ 0)$ を通る，傾き5の直線であるから，その方程式は

$y-0=5(x-2)$

よって　$\underline{\underline{y=5x-10}}$ ④

(イ) 面積を求めるのは，図の斜線部分であるから，その面積を S とすると

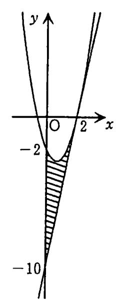
$S=\underline{\int_0^2\{(2x^2-3x-2)-(5x-10)\}dx}$ 3

$=\int_0^2(2x^2-8x+8)dx$

$=\left[\dfrac{2}{3}x^3-4x^2+8x\right]_0^2$

$=\left(\dfrac{16}{3}-16+16\right)-0$

$=\underline{\underline{\dfrac{16}{3}}}$ ⑥



［β－1］ 数と式

(1) $\dfrac{(\sqrt{6}+2)^2}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}$

$=\dfrac{10+4\sqrt{6}}{2}$

$=\underline{\underline{5+2\sqrt{6}}}$

(2) $6x^3-5x^2+4x-3=B(3x+2)+7x-5$

$B(3x+2)=6x^3-5x^2-3x+2$

$B=(6x^3-5x^2-3x+2)\div(3x+2)$

$B=\underline{\underline{2x^2-3x+1}}$

(3) $3x=2y$ の両辺を6で割って $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}$

ここで $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=k\neq0$ とすると

$x=2k,\ y=3k$

これを代入して

$\dfrac{3x+y}{x+y}=\dfrac{3\cdot2k+3k}{2k+3k}=\dfrac{9k}{5k}=\underline{\underline{\dfrac{9}{5}}}$

【別解】

$y=\dfrac{3}{2}x$ より

$\dfrac{3x+y}{x+y}=\dfrac{3x+\frac{3}{2}x}{x+\frac{3}{2}x}$

$=\dfrac{6x+3x}{2x+3x}=\dfrac{9x}{5x}=\underline{\underline{\dfrac{9}{5}}}$

(4) $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$

$=5+4=9$

よって　$x+y=\underline{\underline{\pm3}}$

［β－2］ 平面幾何

(1) $\triangle\mathrm{ABC}\backsim\triangle\mathrm{AED}$ より

$\mathrm{AB:AE=BC:ED=CA:DA}$

$4:y=6:x=5:3$ だから

$\underline{\underline{x=\dfrac{18}{5},\ y=\dfrac{12}{5}}}$

(2) 方べきの定理により

$\mathrm{PT}^2=\mathrm{PA\cdot PB}$ だから

$3^2=2\cdot\mathrm{PB}$

よって　$\mathrm{PB}=\dfrac{9}{2}$

したがって　$\mathrm{AB=PB-PA}$

$$= \frac{9}{2} - 2$$
$$= \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$$

【別解】

△PTA ∽ △PBT より

PT : PB = PA : PT

3 : PB = 2 : 3

$$\text{PB} = \frac{9}{2}$$

$$\text{AB} = \frac{9}{2} - 2 = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$$

(3) AB : AC = BD : DC より

7 : 5 = BD : (6−BD)

5×BD = 7×(6−BD)

5BD = 42−7BD

12BD = 42

よって $\text{BD} = \frac{42}{12} = \underline{\underline{\frac{7}{2}}}$

(4) メネラウスの定理により

$$\frac{\text{BC}}{\text{CD}} \cdot \frac{\text{DP}}{\text{PA}} \cdot \frac{\text{AF}}{\text{FB}} = 1$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{\text{DP}}{\text{PA}} \cdot \frac{2}{5} = 1$$

よって DP = PA

すると, △PBD と △ABD は底辺を BD と考えれば, 高さの比が 1 : 2 であるから

△ABD = 2△PBD

= 2×6

= $\underline{\underline{12}}$

【別解】

BD : DC = 3 : 2 より △PBD : △PDC = 3 : 2

だから △PDC = 4　よって △BPC = 10

AF : FB = 2 : 5 より △APC : △BPC = 2 : 5

だから △APC = 4

BD : DC = 3 : 2 より △APB : △APC = 3 : 2

だから △APB = 6

よって △ABD = $\underline{\underline{12}}$

［β－3］数列

(1) $n = 1$ のとき

$a_1 = S_1 = 1^2 - 4\times1 = -3$

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$
$$= (n^2-4n) - \{(n-1)^2 - 4(n-1)\}$$
$$= (n^2-4n) - (n^2-2n+1-4n+4)$$
$$= 2n-5$$

この式に $n = 1$ を代入すると

$a_1 = 2\times1-5 = -3$

となり, 正しい。

よって $\underline{\underline{a_n = 2n-5}}$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(6k^2+4k) = 6\sum_{k=1}^{n}k^2 + 4\sum_{k=1}^{n}k$

$$= 6\times\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) + 4\times\frac{1}{2}n(n+1)$$
$$= n(n+1)\{(2n+1)+2\}$$
$$= \underline{\underline{n(n+1)(2n+3)}}$$

(3) 第10項は $1+2+4+8+\cdots\cdots+512$ であるから, これは初項が1, 公比2, 項数が10の等比数列の和である。

よって

$$\frac{1(2^{10}-1)}{2-1} = \underline{\underline{1023}}$$

(4) $a_{n+1} = 2a_n + 4$ より

$a_{n+1}+4 = 2a_n+4+4$

$a_{n+1}+4 = 2(a_n+4)$

$b_n = a_n+4$ とすると

$\begin{cases} b_1 = 5 \\ b_{n+1} = 2b_n \end{cases}$ より

$b_n = 5\times2^{n-1}$

よって $\underline{\underline{a_n = 5\times2^{n-1}-4}}$

［β－4］ベクトル

(1) $\overrightarrow{\text{EF}} = \overrightarrow{\text{EB}} + \overrightarrow{\text{BF}}$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{\text{AB}} + \frac{1}{2}\overrightarrow{\text{AD}}$$
$$= \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$$
$$= \underline{\underline{\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}}}$$

(2) $k\vec{a} + l\vec{b} = k(-1,\ 2) + l(3,\ -1)$

$= (-k,\ 2k) + (3l,\ -l)$

$= (-k+3l,\ 2k-l)$

これが $\vec{c} = (-6,\ 7)$ と等しいから

$\begin{cases} -k+3l = -6 \\ 2k-l = 7 \end{cases}$

これを解いて

$\underline{\underline{k = 3,\ l = -1}}$

(3) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = 0$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = (x-1)+2(x+2) = 0$

$3x+3 = 0$

$\underline{\underline{x = -1}}$

(4) 2点 $(2,\ -1,\ 3)$, $(x,\ y,\ 5)$ を結ぶベクトルと 2点 $(2,\ -1,\ 3)$, $(3,\ 2,\ 1)$ を結ぶベクトルが平行であればよいから

$(x-2,\ y+1,\ 2) = k(1,\ 3,\ -2)$

これより

$\begin{cases} x-2 = k \\ y+1 = 3k \\ 2 = -2k \end{cases}$

これを解くと

$k = -1$, $\underline{\underline{x = 1,\ y = -4}}$

［β－5］複素数と複素数平面

(1) $P(x) = x^3-3x^2+4x-2$ とすると,

$P(1) = 1-3+4-2 = 0$ であるから,

$P(x)$ は $x-1$ を因数に持つ。

1	1	−3	4	−2
		1	−2	2
	1	−2	2	0

よって

$P(x) = (x-1)(x^2-2x+2)$

したがって, 与えられた方程式は

$(x-1)(x^2-2x+2) = 0$

と変形される。これを解いて

$\underline{\underline{x = 1,\ 1\pm i}}$

(2) 2つの解を 2α, -3α $(\alpha \neq 0)$ とすると, 解と係数の関係より

$\begin{cases} 2\alpha+(-3\alpha) = -1 \\ 2\alpha\times(-3\alpha) = k \end{cases}$

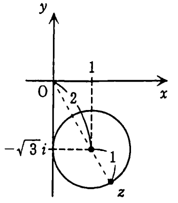
よって $\alpha = 1$, $k = \underline{\underline{-6}}$

(3) $(1+i)^{10} = \{\sqrt{2}(\cos45^\circ + i\sin45^\circ)\}^{10}$

$= (\sqrt{2})^{10}(\cos450^\circ + i\sin450^\circ)$

$= \underline{\underline{32i}}$

(4) 点 z は, 複素数平面で点 $1-\sqrt{3}i$ を中心とする半径1の円周上にある。



$|1-\sqrt{3}i|$

$= \sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{4} = 2$

よって, 右図より

$|z|$ の $\underline{\underline{\text{最大値 } 3}}$

［β－6］確率分布

(1) 積が偶数になるのは,

偶－偶, 偶－奇, 奇－偶 の3通りで同様に確からしい。

よって $\underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

(2) Aが当たり, Bが当たるのは

$$\frac{2}{9}\times\frac{1}{8} = \frac{2}{72}$$

Aがはずれ, Bが当たるのは

$$\frac{7}{9}\times\frac{2}{8} = \frac{14}{72}$$

よって, $\frac{2}{72}+\frac{14}{72} = \frac{16}{72} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}}$

(3) X の期待値 $E(X)$ を求めると

X	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

$$E(X) = 1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{1}{5}+4\times\frac{1}{5}+5\times\frac{1}{5}$$
$$= 3$$

X^2 の期待値 $E(X^2)$ を求めると

X^2	1	4	9	16	25
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

$$E(X^2) = 1\times\frac{1}{5}+4\times\frac{1}{5}+9\times\frac{1}{5}+16\times\frac{1}{5}+25\times\frac{1}{5}$$
$$= 11$$

よって,

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$

$= 11-9 = \underline{\underline{2}}$

平成16年度　春季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{SⅡ}\beta}$ 解答 No.3

(4) 白球が出ない，白球が1個出る，白球が2個出る確率はそれぞれ

$\dfrac{{}_2C_2}{{}_5C_2}=\dfrac{1}{10}$，$\dfrac{{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_5C_2}=\dfrac{6}{10}$，$\dfrac{{}_3C_2}{{}_5C_2}=\dfrac{3}{10}$

よって X の確率分布は

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

したがって

$E(X)=\dfrac{1}{10}\times0+\dfrac{6}{10}\times1+\dfrac{3}{10}\times2=\dfrac{12}{10}=\underline{\underline{\dfrac{6}{5}}}$

［$\beta-7$］数学Ⅱ ①

(1) $\cos2\theta=1-3\cos\theta$ より

$2\cos^2\theta-1=1-3\cos\theta$

$2\cos^2\theta+3\cos\theta-2=0$

$(2\cos\theta-1)(\cos\theta+2)=0$

$0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ より

$-1\leqq\cos\theta\leqq1$　よって

$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

したがって $\theta=\underline{\underline{60^\circ，300^\circ}}$

(2) $\log_3 36+\log_3\dfrac{3}{2}-\log_3 2\sqrt{3}$

$=\log_3\dfrac{36\times3}{2\times2\sqrt{3}}=\log_3\dfrac{27}{\sqrt{3}}=\log_3 9\sqrt{3}$

$=\log_3 3^{\frac{5}{2}}$

$=\underline{\underline{\dfrac{5}{2}}}$

(3) 放物線 $y=x^2-ax$ と x 軸の交点の x 座標は

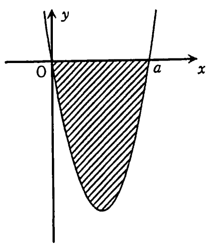
$x^2-ax=0$ の解であるから

$x(x-a)=0$ より

$x=0，a$

ここで，$a>0$ であるから，

放物線 $y=x^2-ax$ と x 軸で囲まれた部分は右図の斜線のようになる。その面積は



$-\displaystyle\int_0^a(x^2-ax)dx=\int_0^a(-x^2+ax)dx$

$=\left[-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{a}{2}x^2\right]_0^a$

$=\left(-\dfrac{1}{3}a^3+\dfrac{a}{2}\times a^2\right)-0$

$=\dfrac{1}{6}a^3$

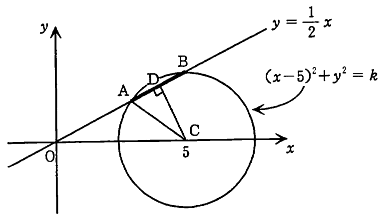
この面積が36であるから

$\dfrac{1}{6}a^3=36$

$a^3=216$

よって　$\underline{\underline{a=6}}$

(4) 円の中心をCとする。



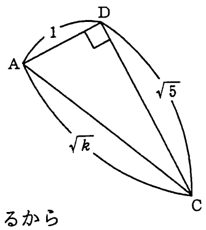
円の中心 C(5，0) と

直線 $y=\dfrac{1}{2}x$，すなわち

$x-2y=0$ との距離は

$\dfrac{|5-0|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}$

$=\sqrt{5}$



また，円の半径は $\sqrt{k}$ であるから

CA $=\sqrt{k}$　である。

ここで，弦 AB の中点 D とすると，

$\angle$CDA $=90^\circ$，AD $=1$，CD $=\sqrt{5}$　であるから，

$\triangle$ACD について，三平方の定理により，

$(\sqrt{k})^2=1^2+(\sqrt{5})^2$

よって　$\underline{\underline{k=6}}$

［$\beta-8$］数学Ⅱ ②

(1) $\cos75^\circ\cos15^\circ+\sin75^\circ\sin15^\circ$

$=\cos(75^\circ-15^\circ)=\cos60^\circ=\underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$

(2) $3^{x-1}=\dfrac{1}{27}$

$3^{x-1}=3^{-3}$

$x-1=-3$

$\underline{\underline{x=-2}}$

(3) $f'(x)=3x^2-6x+3$ より

$f'(a)=3a^2-6a+3$

$3a^2-6a+3=0$

$3(a-1)^2=0$

$\underline{\underline{a=1}}$

(4) $x+y=k$ … ① とおくと，これを変形して

$y=-x+k$

よって，この式は傾きが -1，y 切片が k の直線を表す。

連立不等式 $\begin{cases}2x+y\geqq0\\7x+y-15\leqq0\end{cases}$ が表す領域は

図の斜線部分（境界を含む）であるから，直線 ① が図の斜線部分を通るときに，y 切片 k が最小になるのは，直線が点 (3, −6) を通るときである。

よって $x=3$，$y=-6$ を①に代入して，

$k=3+(-6)=\underline{\underline{-3}}$