



# S I α 学力テスト 解答用紙

(平成 16 年 4 月 14 日実施)

共通問題, 選択問題ともに各 5 点

第	学年	組	番	氏名		得点	100
---	----	---	---	----	--	----	-----

## α 共通問題

(1)	(2)	(3)	/ 60
(4) $x =$	(5)	(6)	
(7)	(8) ①                      ②	(9)	
(10)	(11) 最大値                      最小値	(12) $k =$	

## α 選択問題

[α-1] から [α-7] までの 7 群のうち, 学校で指定された 2 群を解答すること。

[α-1]	(1)	(2)	/ 20
	(3)	(4) :	
[α-2]	(1) $\theta =$	(2)	/ 20
	(3)	(4)	
[α-3]	(1) {                                      }	(2)	/ 20
	(3)                                      個	(4)	
[α-4]	(1)                                      通り	(2)                                      個	/ 20
	(3)	(4)	
[α-5]	(1)	(2)	/ 20
	(3)	(4) $m =$	
[α-6]	(1) (                                      )	(2) $c =$	/ 20
	(3)	(4) $k =$	
[α-7]	(1)	(2) $\theta =$	/ 20
	(3) $\theta =$	(4)                                      m	

共通問題, 選択問題ともに各 5 点

第	学年	組	番	氏名		得点	/ 100
---	----	---	---	----	--	----	-------

**α 共通問題**

(1) $8x^5$	(2) $x^4 - 81$	(3) $(2x - 7)(x + 3)$	/ 60
(4) $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$	(5) $x > -\frac{16}{5}$	(6) 5	
(7) $y = -(x + 1)^2 + 4$ ( $y = -x^2 - 2x + 3$ も可)	(8) ① (ア)    ② (ウ)	(9) $x < 2, 4 < x$	
(10) $y = 2(x - 1)^2 + 3$ ( $y = 2x^2 - 4x + 5$ も可)	(11) 最大値 2    最小値 -7	(12) $k = 4$	

**α 選択問題**

[α-1] から [α-7] までの 7 群のうち, 学校で指定された 2 群を解答すること。各 5 点

[α-1]	(1) $\frac{\sqrt{5}}{2}$	(2) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$	/ 20
	(3) $\sqrt{5}$	(4) 2 : 3	
[α-2]	(1) $\theta = 65^\circ$	(2) $\frac{14}{3}$	/ 20
	(3) $35^\circ$	(4) $\frac{15}{4}$	
[α-3]	(1) { 2 , 4 }	(2) (1)	/ 20
	(3) 47                      個	(4) 十分	
[α-4]	(1) 35                      通り	(2) 24                      個	/ 20
	(3) $\frac{1}{4}$	(4) $\frac{2}{9}$	
[α-5]	(1) $\sqrt{7} - \sqrt{6}$	(2) $a^3 - 8$	/ 20
	(3) $x \geq \frac{13}{3}$	(4) $m = 6, -6$	
[α-6]	(1) (-2, 5)	(2) $c = 5$	/ 20
	(3) 1, 7	(4) $k = 4$	
[α-7]	(1) $-\frac{1}{2}$	(2) $\theta = 120^\circ$	/ 20
	(3) $\theta = 62^\circ$	(4) 1.9                      m	

**α 共通問題**

(1)  $(2x)^3 \times x^2$   
 $= 2^3 x^3 \times x^2$   
 $= \underline{8x^5}$

(2)  $(x+3)(x-3)(x^2+9)$   
 $= (x^2-9)(x^2+9)$   
 $= (x^2)^2 - (9)^2$   
 $= \underline{x^4 - 81}$

(3)  $2x^2 - x - 21$   
 $= \underline{(2x-7)(x+3)}$

2	-7	→	-7
1	3	→	6

-1

(4)  $2x^2 - 5x + 1 = 0$   
 解の公式より  
 $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$   
 $= \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

(5)  $-2x + 3 < 3x + 19$  より  
 $-2x - 3x < 19 - 3$   
 $-5x < 16$   
 したがって  
 $x > \underline{-\frac{16}{5}}$

(6)  $\sqrt{5} \left( \sqrt{20} - \frac{5}{\sqrt{5}} \right) = \sqrt{5} (2\sqrt{5} - \sqrt{5})$   
 $= \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \underline{5}$

**【別解】**

$\sqrt{5} \left( \sqrt{20} - \frac{5}{\sqrt{5}} \right) = \sqrt{5} \times \sqrt{20} - \sqrt{5} \times \frac{5}{\sqrt{5}}$   
 $= \sqrt{100} - 5 = 10 - 5 = \underline{5}$

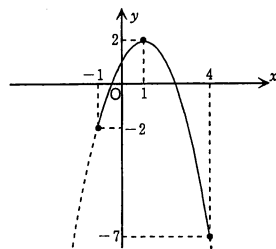
(7) 2次関数  $y = ax^2$  のグラフを  $x$  軸方向に  $p$ ,  $y$  軸方向に  $q$  だけ平行移動したグラフを表す2次関数は  $y = a(x-p)^2 + q$  であるから  
 求める式は  
 $y = -\{x - (-1)\}^2 + 4$   
 よって  
 $y = \underline{-(x+1)^2 + 4}$   
 すなわち  
 $y = \underline{-x^2 - 2x + 3}$  (※どちらでも可)

(8) ①を変形すると,  $y = (x-1)^2 + 1$   
 グラフは下に凸で, 頂点の座標は  $(1, 1)$  であるから, これに適するグラフは (ア)  
 ②の  $y = -x^2 + 2$  は上に凸で, 頂点の座標は  $(0, 2)$  であるから, これに適するグラフは (ウ)

(9)  $x^2 - 6x + 8 > 0$   
 左辺を因数分解すると  
 $(x-2)(x-4) > 0$   
 求める解は  
 $x < 2, 4 < x$

(10) 頂点の座標が  $(1, 3)$  であるから, 求める2次関数は  
 $y = a(x-1)^2 + 3$   
 となる。  
 そのグラフが点  $(2, 5)$  を通るから  
 $5 = a(2-1)^2 + 3$   
 ゆえに  $a = 2$   
 よって  $y = 2(x-1)^2 + 3$   
 すなわち  $y = \underline{2x^2 - 4x + 5}$   
 (※どちらでも可)

(11) 与えられた2次関数の  $-1 \leq x \leq 4$  におけるグラフは, 図の放物線の実線部分となる。  
 $x = -1$  のとき,  $y = -(-1-1)^2 + 2 = -2$   
 $x = 4$  のとき,  $y = -(4-1)^2 + 2 = -7$



したがって  
 $x = 1$  のとき 最大値 2  
 $x = 4$  のとき 最小値 -7

(12) 関数  $y = x^2 + 4x + k$  のグラフが  $x$  軸と接する条件は  
 $4^2 - 4 \times 1 \times k = 0$   
 $4k = 16$  より  $k = \underline{4}$

**[α-1] 図形と計量**

(1)  $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

(2)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  より  
 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$   
 $= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$   
 $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき  $\cos \theta \leq 0$   
 よって  
 $\cos \theta = \underline{-\frac{\sqrt{5}}{3}}$

(3) 余弦定理より  
 $BC^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 - 2 \times \sqrt{2} \times 1 \times \cos 135^\circ$   
 $= 2 + 1 - 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 5$   
 $BC > 0$  であるから  $BC = \underline{\sqrt{5}}$

(4) 半径3の球Aの体積  $V_1$  は  
 $V_1 = \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = 36\pi$   
 底面の半径3, 高さ6の円柱Bの体積  $V_2$  は  
 $V_2 = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi$   
 したがって  
 $V_1 : V_2 = 36\pi : 54\pi = \underline{2 : 3}$

**[α-2] 平面図形**

(1) 円の接線と, 接点を通る弦がつくる角は, その角の内部にある弧に対する円周角に等しいので  
 $\theta = \angle ABC = \underline{65^\circ}$

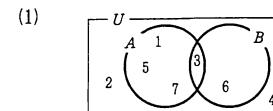
(2) 方べきの定理より  
 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$  が成り立つから  
 $7 \times 4 = 6 \times PD$   
 したがって  $PD = \frac{28}{6} = \underline{\frac{14}{3}}$

(3) 円周角と中心角の関係より  
 $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$   
 $= \frac{1}{2} (\angle BOD - 2\angle CED)$   
 $= \frac{1}{2} (150^\circ - 2 \times 40^\circ)$   
 $= \frac{1}{2} \times 70^\circ = \underline{35^\circ}$

(4)  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  より

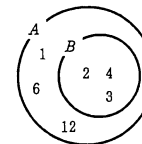
$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$   
 したがって  
 $DE = \frac{AD}{AB} \times BC = \frac{3}{12} \times 15 = \underline{\frac{15}{4}}$

**[α-3] 集合と論理**



図より  
 $A \cup B = \underline{\{2, 4\}}$

(2)  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$   
 $B = \{2, 3, 4\}$



$A \supset B$  であるから  
(イ)

(3) 100以下の自然数で3の倍数の集合をA, 5の倍数の集合をBとする。  
 $A = \{3, 6, 9, \dots, 99\}$   
 $B = \{5, 10, 15, \dots, 100\}$   
 また, 15の倍数の集合は  $A \cap B$  である。  
 $A \cap B = \{15, 30, 45, \dots, 90\}$

各々の集合の要素の個数は  
 $n(A) = 99 \div 3 = 33, n(B) = 100 \div 5 = 20$   
 $n(A \cap B) = 90 \div 15 = 6$   
 したがって, 求める集合の要素の個数  $n(A \cup B)$  は, 和集合の要素の個数の関係から  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
 $= 33 + 20 - 6 = \underline{47}$  (個)

(4) 「 $x = -2 \Rightarrow x^2 = 4$ 」は真,  
 「 $x^2 = 4 \Rightarrow x = -2$ 」は偽, (反例:  $x = 2$ )  
 したがって, 「 $x = -2$ 」は「 $x^2 = 4$ 」であるための 十分条件 である。

[α-4] 場合の数と確率

- (1) 7人から4人選んで1つの組を作り、残りの3人でもう1つの組を作ると

$${}_7C_4 \times {}_3C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 1 = \underline{35 \text{ (通り)}}$$

- (2) 一の位を2とし、千の位、百の位、十の位の数については、残りの4個の数から3個選んで並べればよいので、求める個数は

$${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = \underline{24 \text{ (個)}}$$

- (3) さいころの目で偶数は2, 4, 6だから、さいころを1回投げるとき、偶数が出る確率は  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

したがって、さいころを2回投げるとき、2回とも偶数が出る確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\frac{1}{4}}$$

- (4) 1回の試行で赤球の出る確率は  $\frac{1}{3}$ 、白球の出る確率は  $\frac{2}{3}$  である。

したがって、この試行を3回続けて行うとき、赤球が2回出る確率は

$${}_3C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right) = 3 \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} = \underline{\frac{2}{9}}$$

[α-5] 方程式と不等式

$$(1) \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})} \\ = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{7 - 6} = \underline{\underline{\sqrt{7} - \sqrt{6}}}$$

$$(2) (a-2)(a^2+2a+4) \\ = a^3 - 2^3 = \underline{\underline{a^3 - 8}}$$

$$(3) 0.9x + 0.2 \geq 0.6x + 1.5$$

両辺を10倍すると

$$9x + 2 \geq 6x + 15$$

$$9x - 6x \geq 15 - 2$$

$$3x \geq 13$$

よって

$$\underline{\underline{x \geq \frac{13}{3}}}$$

$$(4) x^2 + mx + 9 = 0 \text{ が重解をもつ条件は} \\ m^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0 \\ m^2 - 36 = 0 \\ m^2 = 36 \text{ より } \underline{\underline{m = 6, -6}}$$

[α-6] 2次関数

$$(1) 2次関数 y = a(x-p)^2 + q \text{ のグラフの頂点の座標は } (p, q) \text{ であるから} \\ y = -3(x+2)^2 + 5 \text{ の頂点の座標は} \\ \underline{\underline{(-2, 5)}}$$

$$(2) x = 2 \text{ のとき, } y = 7 \text{ となるので} \\ 7 = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 + c \\ 7 = 8 - 6 + c \text{ より } \underline{\underline{c = 5}}$$

$$(3) 2次関数 y = x^2 - 8x + 7 \text{ のグラフと } x \text{ 軸の共有点の } x \text{ 座標は, } 2 \text{ 次方程式 } x^2 - 8x + 7 = 0 \text{ の実数解である。} \\ \text{左辺を因数分解すると} \\ (x-1)(x-7) = 0 \\ \text{よって } \underline{\underline{x = 1, 7}}$$

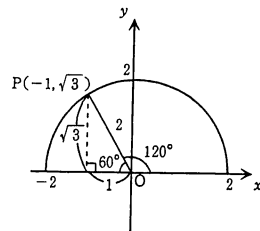
$$(4) y = x^2 + 2x + k \\ = (x^2 + 2x + 1) - 1 + k \\ = (x+1)^2 + k - 1 \\ \text{よって} \\ x = -1 \text{ のとき, 最小値 } k-1 \text{ となる。} \\ \text{この最小値が } 3 \text{ であるから} \\ k-1 = 3 \text{ より } \underline{\underline{k = 4}}$$

[α-7] 図形と計量 (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量を除く)

$$(1) \tan 30^\circ \times \cos 150^\circ \\ = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

- (2) 右図より

$$\underline{\underline{\theta = 120^\circ}}$$



$$(3) 90^\circ - A \text{ の三角比の関係式} \\ \cos(90^\circ - A) = \sin A \text{ より} \\ \cos 28^\circ = \cos(90^\circ - 62^\circ) = \sin 62^\circ \\ \text{したがって } \underline{\underline{\theta = 62^\circ}}$$

- (4) 求める高さを  $h$  とすると

$$\sin 73^\circ = \frac{h}{2} \text{ であるから}$$

$$h = 2 \times \sin 73^\circ = 2 \times 0.9563 \\ = 1.9126$$

したがって、高さは  $\underline{\underline{1.9 \text{ (m)}}}$



# S I β 学力テスト解答用紙 (平成 16 年 4 月 14 日実施)

β 共通問題 (1)～(9) 各 5 点, (10) (ア) 3 点 (イ) 4 点, (11) (ア) 3 点 (イ) 5 点  
β 選択問題 各 5 点

第	学年	組	番	氏名	得点	／ 100
---	----	---	---	----	----	-------

## β 共通問題

(1)	(2)	
(3)	(4)	
(5) 最大値 $(x = \quad)$ 最小値 $(x = \quad)$		
(6)	(7)	
(8)	(9)	
(10) (ア)	(11) (ア)	
(イ)		
	(イ)	
		／ 60

## β 選択問題 [β-1] から [β-5] までの 5 群のうち、学校で指定された 2 群を解答すること。

[β-1]	(1)	(2)	
	(3)	(4)	
／ 20			
[β-2]	(1)	(2)	
	(3)	(4)	
／ 20			
[β-3]	(1)	(2)	
	(3)	(4)	
／ 20			
[β-4]	(1)	(2)	
	(3)	(4)	
／ 20			
[β-5]	(1)	(2) $a =$ $b =$	
	(3) (ア)	(イ)	
／ 20			



# S I B 学力テスト正答表

(平成 16 年 4 月 14 日実施)

β 共通問題 (1) ~ (9) 各 5 点, (10) (ア) 3 点 (イ) 4 点, (11) (ア) 3 点 (イ) 5 点  
β 選択問題 各 5 点

第	学年	組	番	氏名		得点	/ 100
---	----	---	---	----	--	----	-------

## β 共通問題

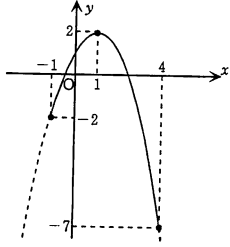
(1)	7	(2)	$(a-3)(a+b)$
(3)	$x \geq \frac{13}{3}$	(4)	$x = 0, 1, 2$
(5)	最大値 2 ( $x = 1$ のとき)	最小値 -7 ( $x = 4$ のとき)	
(6)	$a = 3$	(7)	$-\frac{3}{2}$
(8)	$2\sqrt{2}$	(9)	$\frac{8}{3}\pi$
(10) (ア)	$(-a, 3a^2+a-2)$ ③	(11) (ア)	$\triangle BDE$ において, $BD = \sqrt{2}$ , $DE = EB = \sqrt{5}$ だから 余弦定理より $\cos \theta = \frac{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{5})^2}{2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}} \triangle 2$ $= \frac{2}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \text{③}$
(イ)	頂点の $x$ 座標が正だから $-a > 0$ よって, $a < 0 \dots$ ① 頂点の $y$ 座標が正だから $3a^2+a-2 > 0 \triangle 2$ $(a+1)(3a-2) > 0$ よって $a < -1, \frac{2}{3} < a \dots$ ② ①, ② より $a < -1 \quad \text{④}$	(イ)	$0^\circ < \theta < 180^\circ$ より, $\sin \theta > 0$ $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$ $= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2}$ $= \sqrt{1 - \frac{1}{10}}$ $= \sqrt{\frac{9}{10}}$ $= \frac{3}{\sqrt{10}} \triangle 2$ よって面積は $\frac{1}{2} \times BD \times DE \times \sin \theta$ $= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \triangle 4$ $= \frac{3}{2} \quad \text{⑤}$

## β 選択問題

[β-1] から [β-5] までの 5 群のうち, 学校で指定された 2 群を解答すること。

[β-1]	(1)	$\frac{14}{3}$	(2)	$130^\circ$	/ 20
	(3)	8	(4)	$100^\circ$	
[β-2]	(1)	(イ)	(2)	42 個	/ 20
	(3)	(イ), (ウ)	(4)	必要条件である	
[β-3]	(1)	48 個	(2)	14 本	/ 20
	(3)	$\frac{8}{15}$	(4)	$\frac{36}{125}$	
[β-4]	(1)	$x = 1, 2$	(2)	$a > -5$	/ 20
	(3)	$18\pi$	(4)	$\theta = 30^\circ, 150^\circ$	
[β-5]	(1)	6	(2)	$a = -2, b = -1$	/ 20
	(3)	(ア) $>$ (イ) $<$	(4)	$-\frac{2}{3}$	

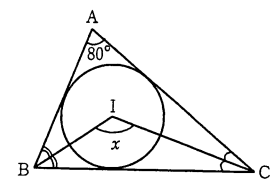
**β 共通問題**

- (1)  $\sqrt{28} - \frac{7}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{7}$  より  
 $(\sqrt{28} - \frac{7}{\sqrt{7}})^2 = (\sqrt{7})^2 = 7$
- (2)  $a^2 + ab - 3a - 3b$   
 $= a(a+b) - 3(a+b) = \underline{\underline{(a-3)(a+b)}}$
- (3)  $0.9x + 0.2 \geq 0.6x + 1.5$   
 両辺を10倍して  
 $9x + 2 \geq 6x + 15 \quad 3x \geq 13$   
 よって、 $x \geq \underline{\underline{\frac{13}{3}}}$
- (4)  $x^2 - 2x - 2 < 0$  を解くと、  
 $1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3}$   
 $1 < \sqrt{3} < 2$  であるから、  
 $-1 < 1 - \sqrt{3} < 0, 2 < 1 + \sqrt{3} < 3$   
 ゆえに、 $-1 < x < 3$  を満たす整数  $x$  が解であるから  
 $x = 0, 1, 2$
- (5)  $y = -x^2 + 2x + 1$   
 $= -(x-1)^2 + 2$   
 $x = -1$  のとき、  
 $y = -2$   
 $x = 4$  のとき、  
 $y = -7$   
 グラフより、  
 最大値  $2$  ( $x = 1$  のとき)  
 最小値  $-7$  ( $x = 4$  のとき)
- 
- (6) 点  $(a, 2)$  が放物線上の点であるから、  
 $x = a, y = 2$  を代入して、  
 $2 = a^2 + 2a - (a^2 + 4)$   
 $2a = 6$  よって、 $a = 3$
- (7)  $\sin 60^\circ \times \tan 150^\circ + \cos 180^\circ$   
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + (-1) = \underline{\underline{-\frac{3}{2}}}$
- (8)  $\angle C = 180^\circ - 105^\circ - 30^\circ = 45^\circ$   
 正弦定理より、  
 $\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\sin 45^\circ}$

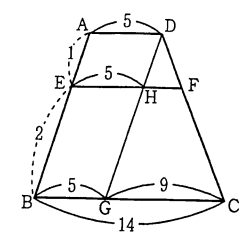
- $AC = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} \times 4 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \times 4 = \underline{\underline{2\sqrt{2}}}$
- (9) 半球の体積は、 $V_1 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 2^3 = \frac{16}{3} \pi$   
 円柱の体積は、 $V_2 = \pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi$   
 より、体積の差は  
 $V_2 - V_1 = 8\pi - \frac{16}{3} \pi = \underline{\underline{\frac{8}{3} \pi}}$
- (10) (ア)  $y = x^2 + 2ax + 4a^2 + a - 2$   
 $= (x^2 + 2ax + a^2 - a^2) + 4a^2 + a - 2$   
 $= (x+a)^2 + 3a^2 + a - 2$   
 よって、頂点は  $(-a, 3a^2 + a - 2)$  ③
- (イ) 頂点の  $x$  座標が正だから、  
 $-a > 0$  よって、 $a < 0$  ..... ①  
 頂点の  $y$  座標が正だから、  
 $3a^2 + a - 2 > 0$  ②  
 $(a+1)(3a-2) > 0$   
 よって、 $a < -1, \frac{2}{3} < a$  ..... ②  
 ①, ②より、 $a < -1$  ④
- (11) (ア)  $\triangle BDE$  において、  
 $BD = \sqrt{2}, DE = EB = \sqrt{5}$  だから  
 余弦定理より、  
 $\cos \theta = \frac{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{5})^2}{2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}}$   
 $= \frac{2}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$  ③
- (イ)  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  より、 $\sin \theta > 0$   
 $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2}$   
 $= \sqrt{1 - \frac{1}{10}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$  ④
- よって、面積は  
 $\frac{1}{2} \times BD \times DE \times \sin \theta$   
 $= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \frac{3}{\sqrt{10}}$  ⑤

[β-1] 平面図形

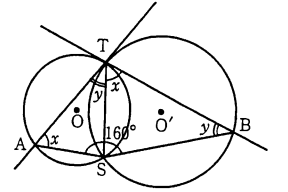
- (1) 方べきの定理より  
 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$   
 $7 \times 4 = 6 \times PD$   
 よって、 $PD = \underline{\underline{\frac{14}{3}}}$
- (2)  $\angle B + \angle C = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$   
 $\angle B, \angle C$  は  $IB, IC$  によってそれぞれ  
 二等分されるので、  
 $\angle IBC + \angle ICB = \frac{\angle B + \angle C}{2} = 50^\circ$   
 よって、 $x = 180^\circ - 50^\circ = \underline{\underline{130^\circ}}$



- (3) 点 D を通り、辺 AB と平行な直線が  
 辺 BC、線分 EF と交わる点をそれぞれ  
 G、H とする。四角形 AEHD、EBGH  
 はともに相対する辺がそれぞれ平行で  
 あるから、平行四辺形である。したがって  
 $EH = BG = AD = 5$   
 ここで、 $AE : EB = 1 : 2$  より  
 $DG : DH = AB : AE = 3 : 1$   
 $HF // GC$  であるから  
 $\triangle DHF \sim \triangle DGC$  となるので  
 $GC : HF = DG : DH = 3 : 1$   
 $GC = 14 - 5 = 9$  より  
 $9 : HF = 3 : 1$   
 $HF = \frac{9}{3} = 3$   
 $EF = EH + HF = 5 + 3 = \underline{\underline{8}}$



- (4) 円 O の弦 ST と点 T における接線 TB とのなす角  
 $\angle STB$  は、その角の内部にある弧 ST に対する  
 円周角  $\angle TAS$  に等しいので、  
 $\angle STB = \angle TAS = x$  とおく  
 同様に、円 O' において、  
 $\angle SBT = \angle STA = y$  とおく  
 $\angle TAS + \angle SBT = \angle STB + \angle STA$   
 $= \angle ATB = x + y$   
 また、四角形の内角の和は  $360^\circ$  であるから、  
 $\angle ATB + \angle TBS + \angle SAT + \angle ASB = 360^\circ$   
 $2(x+y) + 160^\circ = 360^\circ$   
 $x+y = 100^\circ$   
 よって、 $\angle ATB = \underline{\underline{100^\circ}}$



[β-2] 集合と論理

- (1)  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$   
 $B = \{2, 3, 4\}$   
 であるから、 $A \supset B$  となり、(イ)
- (2) 2桁の自然数で3の倍数の集合を A、5の倍数の  
 集合を B とする。  
 $A = \{3 \times 4, 3 \times 5, 3 \times 6, \dots, 3 \times 33\}$  より  
 $n(A) = 33 - 4 + 1 = 30$   
 $B = \{5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, \dots, 5 \times 19\}$  より  
 $n(B) = 19 - 2 + 1 = 18$   
 また、15の倍数の集合は  $A \cap B$  である。  
 $A \cap B = \{15 \times 1, 15 \times 2, 15 \times 3, \dots, 15 \times 6\}$   
 より  $n(A \cap B) = 6$   
 となる。  
 したがって、求める集合の要素の個数  $n(A \cup B)$   
 は、和集合の要素の個数の関係から  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
 $= 30 + 18 - 6 = \underline{\underline{42}}$  (個)

平成16年度 春季県下一斉学力テスト **S I β** 解答 No. 2

- (3) (ア)は偽 反例は 6  
 (イ)は真  
 (ウ)は真  
 (エ)は偽 反例は  $c = 0$  のときで、  
 $a \neq b$  のときも、 $c = 0$  であれば  
 $ac = bc$  が成り立つ。

よって、(イ), (ウ)

- (4)  $a^2 < 1$  を解くと、 $-1 < a < 1$   
 $a < 1$  ならば  $a^2 < 1$  は偽 反例  $a = -2$   
 $a^2 < 1$  ならば  $a < 1$  は真  
 よって、 $a < 1$  は  $a^2 < 1$  であるための  
必要条件である

[ β - 3 ] 場合の数と確率

- (1) 一の位は偶数であるから、2通り。  
 このそれぞれに対して他の位の並べ方は残りの4  
 個から3個とる順列になるので、  
 ${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$   
 よって、 $24 \times 2 = \underline{48}$  (個)
- (2) 7個の頂点から2個を選んで結んでできる線分は  
 ${}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$  (本)  
 このうち7本は正七角形の辺であるから、対角線  
 の本数はこれらを除いて  
 $21 - 7 = \underline{14}$  (本)
- (3) 1本も当たらない確率は  
 $\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{10 \times 9 \times 8} = \frac{7}{15}$   
 よって、少なくとも1本当たる確率は  
 $1 - \frac{7}{15} = \underline{\frac{8}{15}}$
- (4) 袋から球を1個取り出すとき、  
 白球、赤球が出る確率はそれぞれ、 $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{2}{5}$   
 よって、3回のうち赤玉がちょうど2回出る確率は  
 ${}_3C_2 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \left(\frac{3}{5}\right) = \underline{\frac{36}{125}}$

[ β - 4 ] 数学 I ①

- (1)  $x+1 = X$  とおくと、  
 $X^2 - 5X + 6 = 0$   
 $(X-2)(X-3) = 0$   
 よって、 $X = 2, 3$   
 $x+1 = 2, 3$  より、 $x = 1, 2$
- 【別解】  
 $(x+1)^2 - 5(x+1) + 6 = 0$   
 左辺を展開し整理すると、  
 $x^2 - 3x + 2 = 0$   
 $(x-1)(x-2) = 0$   
 よって、 $x = 1, 2$
- (2) 2次関数の  $y = x^2 - 2x + a + 6$  のグラフが  
 $x$  軸と共有点をもたない条件は  
 $(-2)^2 - 4(a+6) < 0$   
 $-20 - 4a < 0$  よって、 $a > -5$

- (3)  $\triangle ABC$  の外接円の半径を  $R$  とすると、  
 正弦定理より、  
 $2R = \frac{6}{\sin 135^\circ} = 6\sqrt{2}$  より、  
 $R = 3\sqrt{2}$   
 よって、外接円の面積は  
 $\pi \times (3\sqrt{2})^2 = \underline{18\pi}$
- (4)  $(2 \sin \theta + 1)(2 \sin \theta - 1) = 0$   
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき  
 $\sin \theta \geq 0$  だから  $\sin \theta = \frac{1}{2}$   
 したがって、 $\theta = 30^\circ, 150^\circ$

[ β - 5 ] 数学 I ②

- (1)  $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-1} = \sqrt{2}-1$   
 $y = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1} = \sqrt{2}+1$   
 となるから、  
 $x+y = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2}$   
 $xy = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1$   
 $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$   
 $= (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 1 = 8 - 2 = \underline{6}$

【別解】

- $x^2+y^2 = (\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2$   
 $= 3 - 2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}$   
 $= \underline{6}$
- (2)  $x = 1$  のとき、最小値  $-2$  をとり、 $x^2$  の係数が1  
 であるから、  
 求める2次関数は  
 $y = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$   
 $y = x^2 + ax + b$  と係数を比較して、  
 $a = -2, b = -1$
- (3)  $y = x^2 - 2ax + b$   
 $= (x-a)^2 - a^2 + b$   
 したがって、このグラフの軸は直線  $x = a$   
 図より、軸が直線  $x = 1$  の右側にあるから、  
 (ア)  $a \geq 1$   
 $x = 1$  のときの  $y$  の値が負であるから、  
 (イ)  $1 - 2a + b \leq 0$
- (4)  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  より、  
 $1 + \left(\frac{-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$   
 したがって、 $\cos^2 \theta = \frac{4}{9}$   
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  で、 $\tan \theta < 0$  のとき、  
 $\cos \theta < 0$  となるので  $\cos \theta = -\frac{2}{3}$