[共通問題]各４点 ×15 題　計 60 点

(1)　$x^6-64=(x^3-8)(x^3+8)=\boldsymbol{(x-2)(x^2+2x+4)(x+2)(x^2-2x+4)}$

(2)　$a:b:c=1:2:3$ より，$t\neq0$ に対して $a=t$, $b=2t$, $c=3t$ とおくと，

(与式) $\Leftrightarrow 3\cdot t+2\cdot2t+1\cdot3t=20$

これを解いて，　$t=2$　ゆえに，　$\boldsymbol{a=2}$

(3)　$\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^6$ の各項は ${}_6C_k\cdot2^k\cdot(-1)^{6-k}x^{6-2k}$ であるから，

これが定数項となるのは $x$ の指数が 0　すなわち　$6-2k=0$

よって　$k=3$　このとき定数項は　$\boldsymbol{{}_6C_3\cdot2^3\cdot(-1)^{6-3}=-160}$

(4)　実数係数の $n$ 次方程式が複素数解をもつとき，その共役複素数も解である

したがって，$a$, $b$ が実数であるから $x=1+2i$ も解である

3 次方程式 $x^3+ax+b=0$ は $x=1\pm2i$ を解にもつから，

$x-1=\pm2i \Leftrightarrow (x-1)^2=-4$

$\Leftrightarrow x^2-2x+5=0$

より，$x^2-2x+5$ で割り切れる

もうひとつの解を $\alpha$ とすると，　$(x-\alpha)(x^2-2x+5)=x^3+ax+b$

左辺を展開して係数比較することで，

$-2-\alpha=0$，$2\alpha+5=a$，$-5\alpha=b$

したがって，$\alpha=-2$，$a=1$，$b=10$

以上より，他の解は $\boldsymbol{1+2i}$，$\boldsymbol{-2}$

別解　$x=1-2i$ を $x^3+ax+b=0$ に代入すると

$(1-2i)^3+a(1-2i)+b=0$

$(1-6i-12+8i)+a-2ai+b=0$

$(-11+a+b)+(2-2a)i=0$

実数 $x$, $y$ に対して $x+yi=0 \Leftrightarrow x=0$, $y=0$ であるから，

$-11+a+b=0$，$2-2a=0$

これを解いて，$a=1$, $b=10$

ゆえに，方程式 $x^3+x+10=0$ を解けばよい

$x^3+x+10=0$

$(x+2)(x^2-2x+5)=0$

よって，$x=-2$，$x^2-2x+5=0$

2 次方程式 $x^2-2x+5=0$ を解いて，

$x=1\pm2i$

以上より，他の解は　$\boldsymbol{-2}$，$\boldsymbol{1+2i}$

(5)　$P(x)$ を $(x-2)(x+3)$ で割ったときの商を $Q(x)$，余りを $ax+b$ とする

このとき，　$P(x)=(x-2)(x+3)Q(x)+ax+b$

$P(x)$ を $x-2$，$x+3$ で割った余りがそれぞれ 5，10 であるから，

$P(2)=2a+b=5$，

$P(-3)=-3a+b=10$

したがって，$a=-1$，$b=7$

以上より，　$\boldsymbol{-x+7}$

(6)　$P(x)=x^3-6x^2+21x-26$ とおくと，

$P(2)=0$ であるから，

まずは 1 とか 2 とか −1 とか色々代入してみる。
候補は定数項の約数（正負とも）

因数定理より $P(x)$ は $x-2$ で割り切れて，

$P(x)=(x-2)(x^2-4x+13)$

$(x-2)(x^2-4x+13)=0$ より，

$x=2$，$x^2-4x+13=0$

2 次方程式 $x^2-4x+13=0$ を解いて，

$x=2\pm3i$

したがって，$\boldsymbol{x=2,\ 2\pm3i}$

(7)　点 B の座標を $(a, b)$ とすると，A$(1, 2)$ より，

線分 AB の中点 M の座標は $\left(\dfrac{a+1}{2},\ \dfrac{b+2}{2}\right)$ である

この点 M が直線 $x+2y-10=0$ 上にあるので，

$\dfrac{a+1}{2}+2\cdot\dfrac{b+2}{2}-10=0$　よって　$a+2b=15$ ……①

また，直線の傾きは $-\dfrac{1}{2}$，直線 AB の傾きは $\dfrac{b-2}{a-1}$ である

この 2 直線は互いに垂直なので，$-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{b-2}{a-1}=-1$

よって　$2a-b=0$ ……②

①，② より連立方程式を解いて　$a=3$, $b=6$

したがって，$\boldsymbol{\mathrm{B}(3,\ 6)}$

(8)　直線の方程式は $2x-y+k=0$

与えられた直線と円が共有点をもつのは，

円の中心と直線の距離 $d$ が半径以下であるときである．

円の中心は $(0, 0)$，半径は 1 であるから，　$d\leqq1$

$\dfrac{|2\cdot0-1\cdot0+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}\leqq1$　よって　$|k|\leqq\sqrt{5}$

したがって　$\boldsymbol{-\sqrt{5}\leqq k\leqq\sqrt{5}}$

(9)　P の座標を $(x,\ y)$ とする

AP : BP $=2:1$ より AP $=2$ BP

これは，AP, BP はともに正であるから　$\mathrm{AP}^2=4\,\mathrm{BP}^2$

これより $x^2+(y-8)^2=4\{x^2+(y-2)^2\}$

$3x^2+3y^2-48=0$

$x^2+y^2=16$ ……①

したがって，与えられた条件を満たす点 P は①上にあり，

①上の任意の点は与えられた条件を満たす

よって，求める軌跡は　**中心が原点，半径が 4 の円**

(10)　$\sqrt{1^2+\sqrt{3}^2}=\sqrt{4}=2$ であるから，　$r=2$

与えられた式を 2 でくくると，

$\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta=2\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta-\left(-\dfrac{1}{2}\right)\sin\theta\right\}$

このとき，$\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\alpha=-\dfrac{1}{2}$ となる $\alpha$ は $\alpha=\dfrac{11}{6}\pi$ であるから，

$\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta=2\left(\cos\dfrac{11}{6}\pi\cos\theta-\sin\dfrac{11}{6}\pi\sin\theta\right)$

$\boldsymbol{=2\cos\left(\theta+\dfrac{11}{6}\pi\right)}$

(11)　$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ の両辺を 2 乗して，

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{1}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$

したがって　$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{8}$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ であるから

$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)^3-3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)$

$=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3-3\cdot\left(-\dfrac{3}{8}\right)\cdot\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{1}{8}+\dfrac{9}{16}\boldsymbol{=\dfrac{11}{16}}$

(12)　$\sqrt[3]{a^3b^4}\times\sqrt{ab^3}\div\sqrt{a\sqrt[3]{b^5}}=a^{\frac{3}{3}}b^{\frac{4}{3}}\times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}\div a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}}$

$=a^{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}b^{\frac{4}{3}+\frac{3}{2}-\frac{5}{6}}\boldsymbol{=ab^2}$

(13)　$4^{-\log_2 3}\times5^{3\log_5 3}=2^{-2\log_2 3}\times5^{3\log_5 3}$

$=2^{\log_2\frac{1}{9}}\times5^{\log_3 27}$

$=\dfrac{1}{9}\times27\boldsymbol{=3}$

(14)　$f(x)=x^2-5x$ とする

$f'(x)=2x-5$ であるから，$(t,\ f(t))$ における放物線の接線は

$y-f(t)=f'(t)(x-t)$

$y-(t^2-5t)=(2t-5)(x-t)$

$y=(2t-5)x-t^2$ ……①

これが点 $(2,\ -7)$ を通るから，

$-7=(2t-5)\cdot2-t^2$

$t^2-4t+3=0$

$(t-1)(t-3)=0$

したがって　$t=1,\ 3$

よって　$\boldsymbol{t=1}$ **のとき，** $\boldsymbol{y=-3x-1}$

$\boldsymbol{t=3}$ **のとき，** $\boldsymbol{y=x-9}$

(15)　$\displaystyle\int_{-1}^{0}(x^2+1)(x+3)dx+\int_{0}^{1}(x^2+1)(x+3)dx$

$\displaystyle=\int_{-1}^{1}(x^2+1)(x+3)dx$

$\displaystyle=\int_{-1}^{1}x(x^2+1)\,dx+\int_{-1}^{1}3(x^2+1)dx$

ここで，$x(x^2+1)$ は奇関数，$3(x^2+1)$ は偶関数であるから，

(与式) $\displaystyle=0+2\times\int_{0}^{1}(3x^3+3)dx$

$=2\times\Big[x^3+3x\Big]_0^1=2\times(1+3)\boldsymbol{=8}$

[$\beta-1$ 三角関数]　(1)，(2) 各5点，(3)(ア) 3点，(イ) 7点

(1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\dfrac{\pi}{3} \leqq 2\theta + \dfrac{\pi}{3} < \dfrac{13\pi}{3}$ ……① である

$\sin\left(2\theta + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たすのは

$$2\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2n\pi,\ \frac{2\pi}{3} + 2n\pi\quad (n\text{ は整数})$$

このうち ① を満たすのは，

$$2\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3},\ \frac{2\pi}{3},\ \frac{7\pi}{3},\ \frac{8\pi}{3}$$

したがって

$$\boldsymbol{\theta = 0,\ \frac{\pi}{6},\ \pi,\ \frac{7\pi}{6}}$$

(2)　$x$ 軸正の向きと $y=-2x$，$y=mx$ それぞれのなす角を $\alpha$，$\beta$ とすると，

$$\tan\alpha = -2,\ \tan\beta = m$$

条件より

$$\tan(\alpha-\beta) = \pm 1$$

$$\frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} = \frac{-2-m}{1-2m} = \pm 1$$

$\dfrac{-2-m}{1-2m} = 1$ のとき，$(2m-1)-2-m=0$

$$m=3$$

$\dfrac{-2-m}{1-2m} = -1$ のとき，$(2m-1)+2+m=0$

$$m = -\frac{1}{3}$$

以上より　　$\boldsymbol{m = 3,\ -\dfrac{1}{3}}$

(3)(ア)　$t = \sin\theta + \cos\theta$ より

$$t^2 = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$$
$$= 1 + 2\sin\theta\cos\theta$$

よって　　$\sin\theta\cos\theta = \dfrac{t^2-1}{2}$

これを $y = \sin 2\theta + \sin\theta + \cos\theta + 3$ に代入して，

$$y = \frac{t^2-1}{2} + t + 3$$

ゆえに　$\boldsymbol{y = \dfrac{1}{2}t^2 + t + \dfrac{5}{2}}$ ……①

(イ)　$t = \sin\theta + \cos\theta$ であるとき，

$t = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right)$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ であるから　$-\sqrt{2} \leqq t \leqq \sqrt{2}$ ……②

$$y = \frac{1}{2}(t+1)^2 + 2$$

より

**$t = \sqrt{2}$，すなわち $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ のとき，最大値 $y = \dfrac{7}{2} + \sqrt{2}$**

**$t = -1$，すなわち $\theta = \pi,\ \dfrac{3}{2}\pi$ のとき，最小値 $y = 2$**

[$\beta-2$ Ⅱ指数関数・対数関数]　(1)，(2) 各5点，(3)(ア) 3点，(イ) 7点

(1)　$t = 3^x$ とすると，　$t - \dfrac{1}{t} = 8$

分母を払って整理すると　　$t^2 - 8t - 1 = 0$

これを解いて，$t = 4 \pm \sqrt{17}$

$t = 3^x > 0$ であるから　　$t = 4 + \sqrt{17}$

したがって，

$$\left(t + \frac{1}{t}\right) + \left(t - \frac{1}{t}\right) = 2t$$

$$\left(t + \frac{1}{t}\right) + \quad 8 \quad = 8 + 2\sqrt{17}$$

よって，$\boldsymbol{t + \dfrac{1}{t} = 2\sqrt{17}}$

(2)　$\log_4(x^2+1) = \dfrac{\log_2(x^2+1)}{\log_2 4} = \dfrac{\log_2(x^2+1)}{2}$ である

また，真数条件より $x^2+1>0$ かつ $x>0$ より $x>0$

$$\frac{1}{2}\log_2(x^2+1) - \log_2 x = 1$$

$$\log_2(x^2+1) = \log_2 x^2 + \log_2 2^2$$

$$x^2+1 = x^2 \times 4$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$x>0$ より $x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(3)(ア)　$4\log_9 x^2 = 4 \times 2 \times \dfrac{\log_3 x}{\log_3 9} = 4\log_3 x$ であるから

$$\boldsymbol{y = t^2 - 4t - 1}$$

また，$1 \leqq x \leqq 27$ より底3は1より大きいから

$$\log_3 1 \leqq \log_3 x \leqq \log_3 27$$

$$\boldsymbol{0 \leqq t \leqq 3}$$

(イ)　　$y = t^2 - 4t - 1$

$$= (t-2)^2 - 5$$

であるから，

$t=0$，すなわち **$x=1$ のとき最大値 $-1$**

[$\beta-3$ Ⅱ微分法と積分法]　(1)，(2) 各5点，(3)(ア) 3点，(イ) 7点

(1)　$y = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ であるから，

$$\boldsymbol{y' = 24x^2 + 24x + 6}$$

別解　$y = u^3$，$u = 2x+1$ として，合成関数の微分

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

$$\boldsymbol{= 3u^2 \cdot 2 = 6(2x+1)^2}$$

(2)　$a = \displaystyle\int_0^2 f(t)\,dt$ ……① とすると，$f(x) = 3x^2 + a$ ……②

② を ① に代入して，

$$a = \int_0^2 (3t^2 + a)\,dt$$

$$= \Big[t^3 + at\Big]_0^2 = 2a + 8$$

したがって，　　$a = -8$

よって，これを ② に代入して

$$\boldsymbol{f(x) = 3x^2 - 8}$$

(3)(ア)　$C$: $y = -x^2 - 4x$ と $\ell$: $y = ax$ の共有点は，

$$-x^2 - 4x = ax$$

$$x(x+4+a) = 0$$

より　　$x = 0,\ -a-4$

$-4 < a < 0$ より $-a-4 < 0$

したがって，

$$S_1 = \int_{-a-4}^{0} \{(-x^2-4x) - ax\}\,dx$$

$$= -\int_{-a-4}^{0} (x-0)\{x-(-a-4)\}\,dx$$

$$= \frac{1}{6}(a+4)^3$$

(イ)　$C$ と $x$ 軸の交点の $x$ 座標は $0$，$-4$ であるから，

$$S_2 = \int_{-4}^{0} \{(-x^2-4x) - 0\}\,dx - S_1$$

ここで，右辺の左の項は，

$$\int_{-4}^{0} \{(-x^2-4x) - 0\}\,dx$$

$$= -\int_{-4}^{0} (x-0)\{x-(-4)\}\,dx$$

$$= \frac{4^3}{6} = \frac{32}{3}$$

$S_1 = S_2$ より，

$$S_1 + S_2 = \frac{32}{3}$$

$$2S_1 = \frac{32}{3}$$

$$\frac{1}{3}(a+4)^3 = \frac{32}{3}$$

よって，　　$a = -4 + 2\sqrt[3]{4}$

ここで，$2\sqrt[3]{4} = 2^{\frac{5}{3}}$ であるから $0 < 2^{\frac{5}{3}} < 4$

ゆえに　$-4 < -4 + 2\sqrt[3]{4} < 0$ をみたす。

以上より，　　$a = -4 + 2\sqrt[3]{4}$

[β－4 B 数列]　(1)，(2) 各５点，(3)(ア) ３点，(イ) ７点

(1)　この数列の初項を $a$，公差を $d$ とすると　$a_n=a+(n-1)d$

第４項が14であるから　$a+3d=14$　……①

第10項が62であるから　$a+9d=62$　……②

①，② を解いて　$a=-10,\ d=8$

よって，一般項は　$a_n=-10+(n-1)\cdot 8=8n-18$

(2)　数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とする。

階差数列 $\{b_n\}$ は

2，6，18，54，……

となり，これは初項２，公比３の等比数列である。

よって　$b_n=2\cdot 3^{n-1}$

ゆえに，$n\geqq 2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}2\cdot 3^{k-1}=4+\frac{2(3^{n-1}-1)}{3-1}$$

すなわち　$a_n=3^{n-1}+3$　……①

① で $n=1$ とすると $a_1=4$ が得られるから，① は $n=1$ のときにも成り立つ。

したがって，一般項は　$a_n=3^{n-1}+3$

(3)(ア)　$a_n\fallingdotseq 0$ であるから，漸化式の両辺の逆数をとると

$$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{3}{a_n}+1$$

$\frac{1}{a_n}=b_n$ とおくと　$b_{n+1}=3b_n+1$，$b_1=1$

(イ)　$b_{n+1}=3b_n+1$ を変形すると

$$b_{n+1}+\frac{1}{2}=3\left(b_n+\frac{1}{2}\right)$$

また　$b_1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

よって，数列 $\left\{b_n+\frac{1}{2}\right\}$ は初項 $\frac{3}{2}$，公比３の等比数列で

$$b_n+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\cdot 3^{n-1}$$

したがって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n=\frac{3^n-1}{2}$$

$a_n=\frac{1}{b_n}$ であるから，数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=\frac{2}{3^n-1}$$

[β－5 B 統計的な推測]　(1)，(2) 各５点，(3)(ア) ３点，(イ) ７点

(1)　100円硬貨を３回投げたときに表が出る枚数を $X$，10円硬貨を４回投げたときに表が出る枚数を $Y$ とすると，もらえる金額 $Z$ 円は，$Z=100X+10Y$ を満たす。

$$E(X)=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2},\quad E(Y)=4\times\frac{1}{2}=2$$

であるから，平均は

$$E(Z)=E(100X+10Y)=100\times\frac{3}{2}+10\times 2=\mathbf{170}$$

また，

$$E(X^2)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+4\times\frac{3}{8}+9\times\frac{1}{8}=3$$

$$E(Y^2)=0\times\frac{1}{16}+1\times\frac{4}{16}+4\times\frac{6}{16}+9\times\frac{4}{16}+16\times\frac{1}{16}=5$$

であるから

$$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$$

$$V(Y)=E(Y^2)-\{E(Y)\}^2=5-2^2=1$$

さらに $X,\ Y$ は独立であるから，分散は

$$\begin{aligned}V(Z)&=V(100X+10Y)\\&=V(100X)+V(10Y)\\&=100^2V(X)+10^2V(Y)=\mathbf{7600}\end{aligned}$$

(2)　確率変数 $X$ が二項分布 $B(n,\ p)$ にしたがうときの $X$ の平均と標準偏差はそれぞれ $np$，$\sqrt{np(1-p)}$ であるから，

平均は $100\times\frac{1}{4}=25$，　標準偏差は $\sqrt{100\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}}=\mathbf{\frac{5\sqrt{3}}{2}}$

(3)(ア)　$$\boldsymbol{p_0-1.96\times\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\leqq p\leqq p_0+1.96\times\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

(イ)　$p_0=0.02$ より，

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{0.02\times 0.98}{9600}}&=\frac{0.02\times 7}{40\sqrt{6}}\\&=\frac{2\times 7}{40\times 245}=\frac{1}{100\times 7}\\&=\frac{1}{700}\end{aligned}$$

したがって　$1.96\times\frac{1}{700}=0.0028$

以上より母比率 $p$ は

$$0.02-0.0028\leqq p\leqq 0.02+0.0028$$

$$\mathbf{0.0172\leqq p\leqq 0.0228}$$

[β－6 C ベクトル]　(1)，(2) 各５点，(3)(ア) ３点，(イ) ７点

(1)　２直線 $3x-y-6=0$，$x-2y+4=0$ の法線ベクトルをそれぞれ $\vec{m}$，$\vec{n}$ とすると，

$\vec{m}=(3,\ -1)$，$\vec{n}=(1,\ -2)$

はこれを満たす。

それぞれ，

$|\vec{m}|=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$，

$|\vec{n}|=\sqrt{1^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$，

内積 $\vec{m}\cdot\vec{n}=3\cdot 1+(-1)\cdot(-2)=5$

であるから，

$$\cos\alpha=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

したがって，$0\leqq\alpha<\pi$ であるから

$$\boldsymbol{\alpha=\frac{\pi}{4}}$$

(2)　$0<t<1$ に対して，LP : PM $=t:(1-t)$ とすると，P は LM の内分点であり

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}}&=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OL}}+t\overrightarrow{\mathrm{OM}}\\&=\frac{2(1-t)}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{2t}{5}\overrightarrow{\mathrm{OB}}\ \cdots\cdots ①\end{aligned}$$

また，$0<k<1$ に対して

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}}&=k\overrightarrow{\mathrm{ON}}\\&=k\times\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2}=\frac{k}{2}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{k}{2}\overrightarrow{\mathrm{OB}}\ \cdots\cdots ②\end{aligned}$$

①，②より，

$$\frac{2(1-t)}{3}=\frac{k}{2}=\frac{2t}{5}$$

よって　$t=\frac{5}{8}$

これを①に代入して，

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{4}}$$

(3)(ア)　$\vec{a}\perp\vec{p}$ であることは $\vec{a}\cdot\vec{p}=0$ であることと同値であるから，

$\boldsymbol{\vec{a}\cdot\vec{p}=x+2y+6z=0}$ ……①

(イ)　$\vec{b}\perp\vec{p}$ より，$\vec{b}\cdot\vec{p}=-x+y=0$ ……②

②より　$y=x$

これを①に代入して，　$z=-\frac{1}{2}x$

また，$|\vec{p}|=3$ であるから，

$$|\vec{p}|^2=9$$

$$x^2+y^2+z^2=9$$

$$x^2+x^2+\left(-\frac{1}{2}x\right)^2=9$$

$$\frac{9}{4}x^2=9$$

したがって，　$x=\pm 2$

$x=2$ のとき，　$y=2,\ z=-1$

$x=-2$ のとき，　$y=-2,\ z=1$

以上より　$\boldsymbol{\vec{p}=(\pm 2,\ \pm 2,\ \mp 1)}$　**（複合同順）**