SⅡβ

マル秘

令和７年4月実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数　学　学　力　テ　ス　ト

注意事項

１．開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
２．解答用紙はこの冊子にはさんであります。
３．計算はあいているところを使い，答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
４．問題には選択問題と，全員必答の共通問題があります。
５．選択問題については，［$\beta-1$］から［$\beta-6$］までの６群から，学校で指示された2群を解答しなさい。

解答上の注意事項

答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しなさい。

[共通問題]各 4 点×15 題　計 60 点

(1)　x^6-64 を因数分解せよ。

(2)　連比 $a:b:c=1:2:3$，$3a+2b+c=20$ のとき，a の値を求めよ。

(3)　$\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^6$ の定数項を求めよ。

(4)　a, b は実数とする。3 次方程式 $x^3+ax+b=0$ の解の一つが $x=1-2i$ とするとき，他の解を求めよ。

(5)　整式 $P(x)$ を $x-2$ で割った余りが 5，$x+3$ で割った余りが 10 である。$P(x)$ を $(x-2)(x+3)$ で割った余りを求めよ。

(6)　3 次方程式 $x^3-6x^2+21x-26=0$ を解け。

(7)　直線 $x+2y-10=0$ に関して点A (1, 2) と対称な点Bの座標を求めよ。

(8) 直線 $y=2x+k$ が円 $x^2+y^2=1$ と共有点を持つような定数 k の値の範囲を求めよ。

(9) 平面上の 2 点 A $(0,\ 8)$，B $(0,\ 2)$ に対して， AP：BP＝2：1 を満たす点 P の軌跡を求めよ。

(10) $\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta$ を $r\cos(\theta+\alpha)$ $(r>0,\ 0\leqq\alpha<2\pi)$ の形で表せ。

(11) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき， $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ の値を求めよ。

(12) $\sqrt[3]{a^3b^4}\times\sqrt{ab^3}\div\sqrt{a\sqrt[3]{b^5}}$ を計算せよ。ただし $a\fallingdotseq 0$， $b\fallingdotseq 0$ とする。

(13) $4^{-\log_2 3}\times 5^{3\log_5 3}$ を計算せよ。

(14) 放物線 $y=x^2-5x$ に対して，点 $(2,\ -7)$ から引いた接線の方程式を求めよ。

(15) 定積分 $\displaystyle\int_{-1}^{0}(x^2+1)(x+3)dx+\int_{0}^{1}(x^2+1)(x+3)dx$ を求めよ。

$\boxed{\text{SⅡ}\beta\text{選択問題}}$ $[\beta-1]$から$[\beta-6]$の中から2群を解答すること。各群20点

[$\beta-1$三角関数]　(1), (2) 各5点，(3)(ア) 3点，(イ) 7点

(1)　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき $\sin\left(2\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を解け。

(2)　2直線 $y=-2x$ ， $y=mx$ のなす角が $\dfrac{\pi}{4}$ となるような正の定数 m を求めよ。

(3)　$y=\sin 2\theta+\sin\theta+\cos\theta+3$ について次の問いに答えよ。

（ア）　$t=\sin\theta+\cos\theta$ とおくとき， y を t の式で表せ。

（イ）　y の最大値と最小値を求めよ。

[$\beta-2$ Ⅱ指数関数･対数関数]　(1), (2) 各5点，(3)(ア) 3点，(イ) 7点

(1)　$3^x-3^{-x}=8$ のとき， 3^x+3^{-x} の値を求めよ。

(2)　x の方程式 $\log_4(x^2+1)-\log_2 x=1$ を解け。

(3)　関数 $y=(\log_3 x)^2-4\log_9 x^2-1\quad(1 \leqq x \leqq 27)$ …① について，次の問いに答えよ。

（ア）　$t=\log_3 x$ とおいて， y を t の式で表せ。また， t の値の範囲を答えよ。

（イ）　① の最大値を求めよ。

[$\beta-3$ Ⅱ微分法と積分法]　(1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点, (イ) 7 点

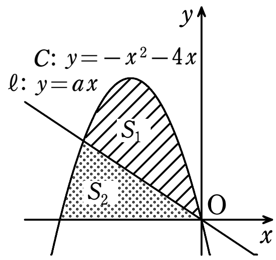
(1)　関数 $y=(2x+1)^3$ を微分せよ。

(2)　関数 $f(x)$ が $f(x)=3x^2+\int_0^2 f(t)dt$ を満たすとき, $f(x)$ を求めよ。

(3)　a を $-4<a<0$ とする。

曲線 C を $y=-x^2-4x$, 直線 ℓ を $y=ax$ として,

C と ℓ で囲まれた図形の面積を S_1 , ℓ と x 軸と C で囲まれた図形の面積を S_2 とする。



(ア)　S_1 を, a を用いて表せ。

(イ)　$S_1=S_2$ のときの a の値を求めよ。

[$\beta-4$ B 数列]　(1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点, (イ) 7 点

(1)　第 4 項が 14, 第 10 項が 62 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

4, 6, 12, 30, 84, ……

(3)　次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=1,\ a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+3}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

(ア)　$\dfrac{1}{a_n}=b_n$ とおくとき, b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(イ)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[$\beta-5$ B統計的な推測]　(1)，(2) 各 5 点，(3)(ア) 3 点，(イ) 7 点

※ $\beta-5$ の問題については，必要であれば[表1]の正規分布表を用いること。

(1)　100円硬貨 3 枚，10円硬貨を 4 枚同時に投げ，表が出た硬貨がもらえるゲームをする。もらえる金額の平均と分散を求めよ。

(2)　確率変数 X が二項分布 $B\left(100, \dfrac{1}{4}\right)$ にしたがうとする．X の平均と標準偏差を求めよ。

(3)(ア)　標本の大きさ n が十分に大きいとき，母比率 p に対する信頼度 95% の信頼区間を，標本比率を p_0 として表せ。

(イ)　ある新製品から 9600 個を無作為抽出して調べたところ， 2% が不良品であった。この新製品の不良品率を信頼度 95% で推定せよ。ただし， $\sqrt{6} \fallingdotseq 2.45$ と近似してよい。

[$\beta-6$ C ベクトル]　(1)，(2) 各 5 点，(3)(ア) 3 点，(イ) 7 点

(1)　2 直線 $3x-y-6=0,\ x-2y+4=0$ のなす角 α を求めよ。

(2)　△OABにおいて，OA を 2:1，OB を 2;3，ABを 1:1 に内分する点をそれぞれ L，M，Nとする。LM と ONの交点 P とするとき， $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$， $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

(3)　$\vec{a}=(1,\ 2,\ 6)$，$\vec{b}=(-1,\ 1,\ 0)$，$\vec{p}=(x,\ y,\ z)$ とする。

(ア)　$\vec{a}\perp\vec{p}$ のときに満たす $x,\ y,\ z$ の条件式を書け。

(イ)　$\vec{a}\perp\vec{p},\ \vec{b}\perp\vec{p},\ |\vec{p}|=3$ を満たす $\vec{p}$ を求めよ。