

令和6年4月実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編
数 学 学 力 テ ス ト

(無断転載を禁じます)

注意事項

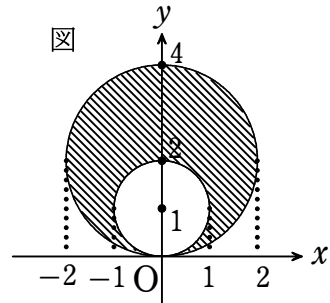
1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 問題には選択問題と、全員必答の共通問題があります。
5. 選択問題については、 $[\beta-1]$ から $[\beta-5]$ までの5群から、学校で指示された2群を解答しなさい。

解答上の注意事項

答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しなさい。

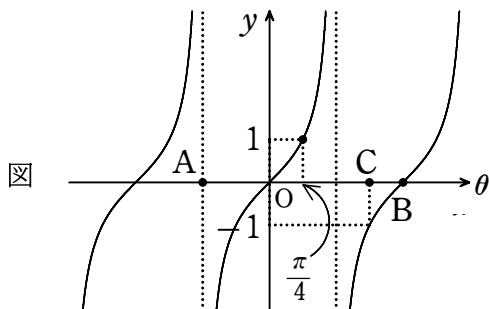
Ⅱβ共通問題 各4点 15題 計60点

- (1) $(2x+1)^6$ の展開式における x^2 の項の係数を求めよ。
- (2) $\frac{x^2-3x-10}{2x^2+5x+2} \div \frac{x^2+x-12}{2x^2-5x-3}$ を計算せよ。
- (3) 多項式 $3x^3-2x^2-7x+4$ をある多項式 B で割ると、商が x^2-x-2 , 余りが 6 である。
多項式 B を求めよ。
- (4) $\frac{1-2i}{1+2i} - \frac{1+2i}{1-2i}$ を計算せよ。
- (5) a, b は実数とする。3次方程式 $x^3+ax+b=0$ が $1+i$ を解にもつとき、
定数 a, b の値を求めよ。また他の解を求めよ。
- (6) 次の図の斜線部分を表す不等式を求めよ。
ただし、境界線は含まないものとする。



- (7) 直線 $y=3x+a$ と原点の距離が $\sqrt{10}$ のとき、定数 a の値を求めよ。

- (8) 点A(4, -2), B(3, 1)を結ぶ線分ABを3:2に外分する点Cの座標を求めよ。
- (9) 点A(1, 1), B(3, 1), C(-1, -1)を通る円の中心 と半径を求めよ。
- (10) 次の図は $y = \tan \theta$ のグラフである。図の目盛りA~Cの値を求めよ。



- (11) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ とする。

$\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\sin \beta = \frac{4}{5}$ のとき, $\cos(\alpha + \beta)$ の値を求めよ。

- (12) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 不等式 $\sqrt{2} \cos \theta - 1 \geq 0$ を解け。

- (13) $(-2^{-1})^{-3} \div 2^{-1} \times 2$ を計算せよ。

- (14) 6^{20} は何桁の数か。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

- (15) $\log_2 5 \cdot \log_5 8$ を計算せよ。

Ⅱβ 選択問題 [β-1] から [β-5] の中から2群を解答すること。各群20点

[β-1 三角関数]

- (1) $\sin \frac{\pi}{8}$ の値を求めよ。
- (2) 直線 $y=2x$, $y=\frac{1}{3}x$ のなす角 θ を求めよ。ただし, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。
- (3) 関数 $y=\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) … ① について, 次の各問いに答えよ。
 - (ア) ①を $y=r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。ただし, $r > 0$, $-\pi < \alpha < \pi$ とする。
 - (イ) ①の最大値, 最小値を求めよ。

[β-2 微分法と積分法]

- (1) 極限值 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ を求めよ。
- (2) 方程式 $x^3 - 3x + 1 - a = 0$ が異なる3つの実数解をもつとき, 定数 a の値の範囲を求めよ。
- (3) つの放物線 $C_1: y = x^2 - 5x + 7$, $C_2: y = x^2 + 3x - 1$ の両方に接する直線を l とする。
 - (ア) 直線 l の方程式を求めよ。
 - (イ) 放物線 C_1 , C_2 と直線 l とで囲まれた図形の面積を求めよ。

[β-3 ベクトル]

- (1) 点A(7, -5, -1), B(9, -8, 4), C(a , 1, b) が一直線上にあるとき, a, b の値を定めよ。
- (2) 点O(0, 0), A(3, 1), B(2, 4) を頂点とする $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (3) つのベクトル $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$ は, $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 2$ を満たし, \vec{p} と \vec{q} のなす角は 60° である。
 - (ア) ベクトルの大きさ $|\vec{a}|, |\vec{b}|$ を求めよ。
 - (イ) t を実数とする。 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値を求めよ。

[β-4 数列]

(1) 階差数列を利用して次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$5, 7, 11, 19, 35, \dots$$

(2) 和 $S = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ を求めよ。

(3) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 6a_n + 3^{n+1}$$

(ア) $b_n = \frac{a_n}{3^n}$ とおく。 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(イ) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[β-5 統計的な推測]

※β-5の問題については、正規分布表を用いる場合は [表1] の値を用いること。

(1) 確率変数 X の母集団分布が次の表のようなとき、母平均と母標準偏差を求めよ。

X	1	2	3	4	5	計
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$	1

(2) ある地域ではA, B 2種のセミが生息している。この地域で 300 匹のセミを捕まえたところ、A種のセミが 225 匹いた。この地域のA種のセミの生息率は何%以上何%以下であるといえるか。信頼度95%で推定せよ。

(3) ある地区の男子高校生の身長平均は 169.0 cm、標準偏差は 5.5 cmである。

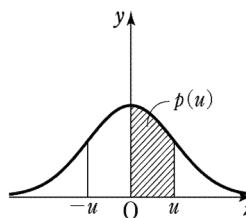
身長 X の分布を正規分布とみなして次の問いに答えよ。

(ア) 身長が 180 cm以上の生徒は約何%いるか。

(イ) 身長を調べた男子高校生が 300 人であったという。このとき身長が 168 cmの生徒は高い方から約何番目か。

[表1]

正規分布表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900