

SII $\beta$



令和4年4月実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編  
数 学 学 力 テ ス ト  
(無断転載を禁じます)

注意事項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 問題には選択問題と、全員必答の共通問題があります。
5. 選択問題については、 $[\beta-1]$  から  $[\beta-4]$  までの4群から、学校で指示された2群を解答しなさい。

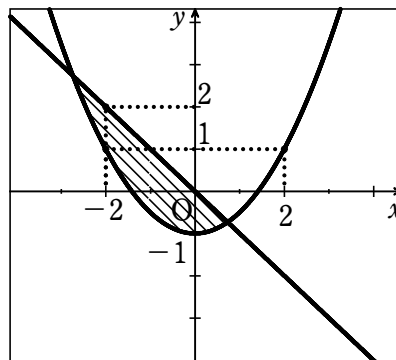
解答上の注意事項

答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。  
答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しなさい。

**Ⅱβ共通問題** 各4点 15題 計60点

次の各問いに答えよ。ここで使用している  $i$  は虚数単位とする。

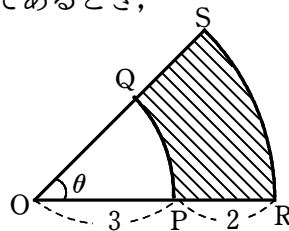
- (1) 展開式  $(2x+3y)^5$  における  $x^3y^2$  の項の係数を求めよ。
- (2)  $6x^3 - x^2 + 3x + 5$  を 整式A で割ると、商が  $3x+1$ 、余りが  $-2x+3$  となる整式Aを求めよ。
- (3)  $\frac{x^2+x-2}{x^2-6x-16} \times \frac{x^2-8x}{2x^2-x-1}$  を計算せよ。
- (4)  $\frac{2-i}{2+i} - \frac{3+i}{3-i}$  を計算せよ。
- (5) 2次方程式  $x^2-4x-2=0$  の2つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき、 $\alpha^3+\beta^3$  の値を求めよ。
- (6) 2点A(-1, 2), B(3, 1) に対して、 $AP^2-BP^2=4$  を満たすような、点Pの軌跡を求めよ。
- (7) 2直線  $x+2y-10=0$ ,  $2x+3y-7=0$  の交点と、点(5, 6)を通る直線  $l$  の方程式を求めよ。
- (8) 次の直線と放物線によって囲まれた斜線部分を不等式を用いて表せ。



境界線を含む

(9)  $\theta$ の動径が第1象限にあり,  $\sin\theta\cos\theta = \frac{2}{5}$  のとき,  $\sin\theta + \cos\theta$  の値を求めよ。

(10) 右の図のおうぎ形において, 斜線部分の面積が  $2\pi$  であるとき, 中心角  $\theta$  を求めよ。



(11)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき, 方程式  $\sin 2\theta = \cos \theta$  を解け。

(12)  $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[4]{5} \div \sqrt[12]{5}$  を計算せよ。

(13)  $6^{25}$ の桁数を求めよ。ただし,  $\log_{10}2 = 0.3010$ ,  $\log_{10}3 = 0.4771$  とする。

(14)  $f(x) = x^3 - 5x^2$  のとき, 極限值  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$  を求めよ。

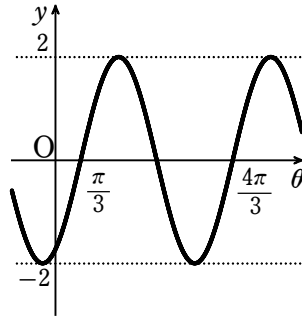
(15) 次の等式を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

$$f(x) = 3x^2 - x \int_0^2 f(t) dt + 2$$

**SIIβ 選択問題** [β-1]から[β-4]から2群を解答すること。各群20点

[β-1 三角関数] (1), (2)各5点, (3)(ア)3点 (イ)7点

- (1) 下の図は、関数  $y = a \sin(b\theta - c)$  のグラフである。  
 $b > 0$ ,  $0 < c < 2\pi$  のとき、定数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  の値を求めよ。



- (2)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、不等式  $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) < -\frac{\sqrt{3}}{2}$  を解け。
- (3) 関数  $y = 2\cos^2\theta + 2\sin\theta + 1$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) について、次の問いに答えよ。  
(ア)  $\sin\theta = t$  として、 $y$  を  $t$  の式で表せ。  
(イ)  $y$  の最大値とそのときの  $\theta$  の値を求めよ。

[β-2 微分法と積分法] (1), (2)各5点, (3)(ア)3点 (イ)7点

- (1)  $f'(x) = -x^3 + 2x - 4$ ,  $f(-2) = 1$  を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。
- (2) 関数  $f(x) = x^3 - kx^2 + 3x - 2$  が極大値と極小値をもつような定数  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (3) 曲線  $C: y = -x^3 + 3x^2 - 2x$  について、次の問いに答えよ。  
(ア) 曲線  $C$  上の点  $(2, 0)$  における接線の方程式を求めよ。  
(イ) 曲線  $C$  と (ア) で求めた接線で囲まれた図形の面積を求めよ。

[ $\beta$ -3 ベクトル] (1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点 (イ) 7 点

- (1)  $\vec{a}=(-1, 5)$ ,  $\vec{b}=(2, 3)$  のとき,  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角  $\theta$  を求めよ。
- (2) 3 点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(-2, 3, -1)$ ,  $B(3, 2, 1)$  の定める平面  $OAB$  上に点  $P(x, 12, 1)$  があるように  $x$  の値を定めよ。
- (3)  $\triangle ABC$  と点  $P$  があり, 等式  $3\overrightarrow{AP} + 2\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$  が成り立つとき, 次の問いに答えよ。
- (ア)  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$  とするとき,  $\overrightarrow{AP}$  を  $\vec{b}, \vec{c}$  を用いて表せ。
- (イ)  $\triangle PAB : \triangle PBC : \triangle PCA$  を求めよ。

[ $\beta$ -4 数列] (1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 7 点 (イ) 3 点

- (1) 第 6 項が 13, 第 15 項が 31 の等差数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (2) 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{4a_n}{2a_n + 1}$$

- (3) 次のように, 正の奇数の列を第  $n$  群が  $n$  個の項を含むように分ける。
- $$1 | 3, 5 | 7, 9, 11 | 13 \dots\dots$$
- (ア) 第  $n$  群 ( $n \geq 2$ ) の最初の項を求めよ。
- (イ) 第 20 群に入るすべての項の和を求めよ。