$S\,\mathrm{II}\,\beta$

令和３年４月実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数　学　学　力　テ　ス　ト

注意事項

１．開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

２．解答用紙はこの冊子にはさんであります。

３．計算はあいているところを使い，答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。

４．問題には選択問題と、全員必答の共通問題があります。

５．選択問題については, [β−1] から [β−4] までの４群から，学校で指示された２群を解答しなさい。

解答上の注意事項

答えに根号が含まれるときは，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

答えが分数になるとき，約分できる場合は約分しなさい。

$\boxed{\text{S}\,\mathrm{II}\,\beta\text{ 共通問題}}$ 各 4 点 15 題 計 60 点

次の各問いに答えよ。ここで使用している i は虚数単位とする。

(1) $(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2)$を展開せよ。

(2) $\dfrac{(4a^3b^3)^2}{12x^2y^2}\times\dfrac{6x^3y}{20(ab^2)^3}$を計算せよ。

(3) 次の整式Aを整式Bで割った商と余りを求めよ。

$$A=6x^2+x-2,\ B=3x+2$$

(4) $\left(\dfrac{5-3i}{3+5i}\right)^2$を計算せよ。

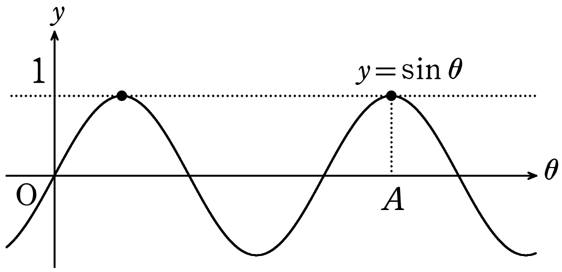
(5) 2 数 $\dfrac{1+i}{3}$, $\dfrac{1-i}{3}$ を解とする 2 次方程式を作れ。

(6) 3 点 A$(-2,-5)$, B$(1,1)$, C$(6,-2)$ があるとき，直線 AB に垂直で，点 C を通る直線 ℓ の方程式を求めよ。

(7) 点$(2,1)$を中心とし，直線 $3x+4y+5=0$ に接する円の方程式を求めよ。

(8) 半径が 4，中心角が $\dfrac{\pi}{8}$ である扇形の弧の長さを求めよ。

(9) 下の図は，関数 $y=\sin\theta$ のグラフである。図中の目盛り A の値を求めよ。



(10) $\sin A=\dfrac{5}{13}$, $\cos B=\dfrac{4}{5}$ のとき，$\sin(A+B)$ の値を求めよ。

ただし A は第 2 象限の角，B は第 4 象限の角とする。

(11) $\sqrt[4]{32}+\sqrt[4]{162}-\sqrt[4]{512}$ を計算をせよ。

(12) $\sqrt{3}$，$\sqrt[3]{5}$，$\sqrt[6]{19}$ を小さい方から順に並べよ。

(13) $4\log_5\sqrt{5}-\dfrac{1}{3}\log_5 2+\log_{125}250$ を計算をせよ。

(14) $y=-2x^3+(-3x+1)^2$ を微分せよ。

(15) 放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}x-1$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

$\boxed{\text{SⅡ}\beta\text{ 選択問題}}$　[$\beta-1$] から [$\beta-4$] から 2 群を解答すること。各群 20 点

[$\beta-1$ 三角関数] ⑴, ⑵ 各 5 点, ⑶(ア) 3 点 (イ) 7 点

⑴ $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{2}{3}$ のとき, $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ の値を求めよ。

⑵ $0\leqq\theta<2\pi$ のとき, 方程式 $\cos 2\theta+7\sin\theta-4=0$ を解け。

⑶ $0\leqq\theta<2\pi$ のとき, 次の各問いに答えよ。

(ア) $2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)+2\cos\theta$ を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形せよ。

ただし $r>0$ かつ $-\pi<\alpha<\pi$ とする。

(イ) 不等式 $2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)+2\cos\theta\geqq\sqrt{3}$ を解け。

[$\beta-2$ 微分法と積分法] ⑴, ⑵ 各 5 点, ⑶(ア) 3 点 (イ) 7 点

⑴ 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2+3x-10}$ を求めよ。

⑵ 次の条件をすべて満たす 2 次関数 $f(x)$ を求めよ。

$f(-3)=28,\ f'(1)=1,\ f'(-1)=-7$

⑶ 曲線 C_1: $y=x^2+x-1$ と曲線 C_2: $y=-x^3+4x+5$ がある。

このとき, 次の問に答えよ。

(ア) 曲線 C_1 上の点 (2 , 5) におけるこの曲線の接線の方程式を求めよ。

(イ) (ア) で求めた接線と y 軸, 曲線 C_2 で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

［ β－3 ベクトル ］ ⑴, ⑵ 各 5 点, ⑶(ア) 3 点 (イ) 7 点

⑴ 空間座標上に 2 点 A(1 , 3 , −1) , B(−5 , 6 , 8) がある。
線分 AB を 2 : 1 に内分する点 C の座標を求めよ。

⑵ $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=3, |\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{13}$ のとき, $|\vec{a}+\vec{b}|$ の値を求めよ。

⑶ △OAB があり, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。線分 OA を 2 : 1 に内分する点をC, 線分 OB を 1 : 3 に内分する点を D とし, 線分 AB を 3 : 8 に内分する点を E とする。また, 線分 OE, CD の交点を M とする。
このとき, 次の各問いに答えよ。
(ア) $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。
(イ) △OCM の面積は △OAB の面積の何倍か。

［ β－4 数列 ］ ⑴, ⑵ 各 5 点, ⑶(ア) 3 点 (イ) 7 点

⑴ 等比数列をなす 3 つの数がある。その和は 19で, 積が 216 である。
この 3 つの数を求めよ。（修正）

⑵ 和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(3k-1)^2$ を求めよ。

⑶ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=3,\ {a_n}^2=(n+1)a_{n+1}+1$$

次の各問いに答えよ。
(ア) 一般項 a_n を表す式を推測せよ。
(イ) (ア)で推測した一般項が正しいことを, 数学的帰納法によって証明せよ。