

S I  $\beta$



令和3年4月実施

# 神奈川県高等学校教科研究会数学部会編 数 学 学 力 テ ス ト

(無断転載を禁じます)

## 注意事項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. [ $\beta$ -共通問題] の配点は各4点です。
5. 選択問題は [ $\beta-1$ ] から [ $\beta-5$ ] までの5群から学校で指示された2群を解答しなさい。配点は(1)(2)各5点、(3)10点です。

## 解答上の注意事項

- ・答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しなさい。

[ $\beta$ -共通問題] 各4点

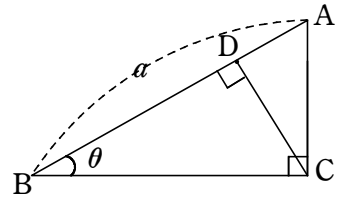
(1)  $a^4 - 1$  を因数分解せよ。

(2)  $x = \frac{2}{\sqrt{3} + 1}$ ,  $y = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$  のとき,  $\frac{x+y}{xy}$  の値を求めよ。

(3) 放物線  $y = x^2 + ax + b$  を,  $x$  軸方向に  $-2$ ,  $y$  軸方向に  $2$  だけ平行移動すると, 放物線  $y = x^2 + x + 1$  と重なる。このとき, 定数  $a$ ,  $b$  の値を求めよ。

(4) 2次不等式  $x^2 - 2mx + m + 12 > 0$  が常に成り立つとき, 定数  $m$  の値の範囲を求めよ。

(5)  $\angle C = 90^\circ$  である直角三角形  $ABC$  において,  $\angle B = \theta$ ,  $AB = a$  とする。頂点  $C$  から辺  $AB$  に下ろした垂線を  $CD$  とするとき, 線分  $CD$  の長さを  $a$ ,  $\theta$  を用いて表せ。



(6)  $\triangle ABC$  において,  $AB = 12$ ,  $B = 105^\circ$ ,  $C = 45^\circ$  のとき,  $BC$  の長さを求めよ。

(7) 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  の部分集合  $A$ ,  $B$  について,  $A \cap B = \{4, 6\}$ ,  $\overline{A} \cap B = \{7, 8\}$ ,  $\overline{A \cup B} = \{3, 5, 9\}$  のとき, 集合  $A$  を求めよ。

(8) 次のデータは, ある年の雨が降った月ごとの日数を  $A$  市と  $B$  市で調べたものである。これについて, 正しいものを①~⑤のうちから1つ選び, 番号で答えよ。

$A$  市 2, 13, 14, 13, 11, 18, 13, 5, 10, 14, 5, 7 (日)

$B$  市 5, 9, 15, 13, 7, 14, 12, 7, 10, 13, 4, 8 (日)

- ① 第1四分位数は  $A$  市の方が大きく, 第3四分位数は  $B$  市の方が大きい。
- ② 第1四分位数は  $B$  市の方が大きく, 第3四分位数は  $A$  市の方が大きい。
- ③ 第1四分位数も第3四分位数も,  $A$  市の方が大きい。
- ④ 第1四分位数も第3四分位数も,  $B$  市の方が大きい。
- ⑤  $A$  市と  $B$  市で, 第1四分位数と第3四分位数の値はそれぞれ同じである。

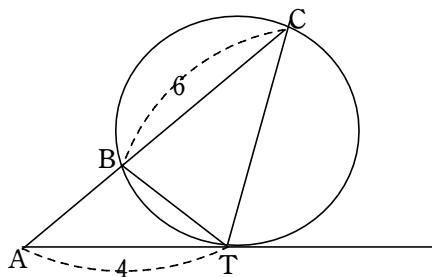
(9) 5人の数学の小テスト（10点満点）の結果は、6点、8点、5点、 $x$ 点、 $y$ 点で、平均値が6点で、分散が2である。 $x > y$ のとき、整数  $x, y$  の値を求めよ。

(10) 正八角形の対角線の本数を求めよ。

(11) 白球2個、赤球6個が入っている袋から球を1個取り出し、色を確認してからもとに戻す。この試行を4回行うとき、白球が1個だけ出る確率を求めよ。

(12) 右の図において、 $AB$ の長さを求めよ。

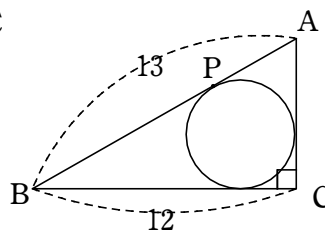
ただし、 $AT$ は円の接線である。



(13) 右の図において、円  $O$  は  $\angle C=90^\circ$  の直角三角形  $ABC$

の内接円であり、点  $P$  は辺  $AB$  との接点である。

このとき、 $AP$ の長さを求めよ。



(14)  $\sqrt{\frac{20a}{7}}$  が最小の自然数となるような自然数  $a$  の値を求めよ。

(15) 442 と 4029 の最大公約数を求めよ。

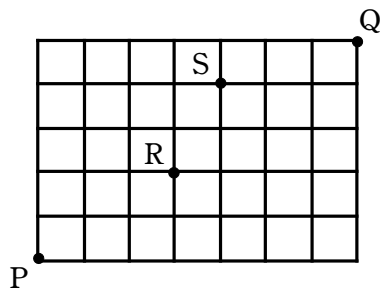
[ $\beta-1$ ] 場合の数

下の図のような道路のある町で、最短経路で行く次の各場合の道順は、それぞれ何通りあるか。

(1) P から Q まで行く道順

(2) R と S をともに通って、P から Q まで行く道順

(3) R も S も通らずに、P から Q まで行く道順



[ $\beta-2$ ] 整数

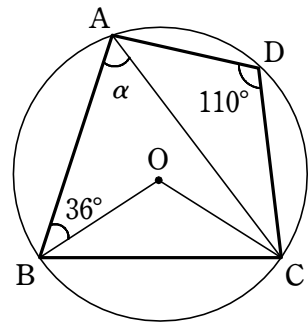
(1) 2進数  $10110_{(2)}$  を 10進法で表せ。

(2) 720 の正の約数の個数を求めよ。

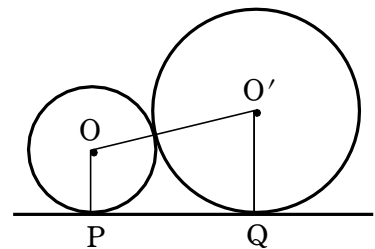
(3)  $n$  は整数とする。 $n^2 + n + 3$  を 3 で割ったときの余りは、0 または 2 であることを証明せよ。

[β-3] 平面図形

- (1) 右の図において、四角形 ABCD は、円 O に内接している。∠ADC = 110°, ∠ABO = 36° のとき、角 α を求めよ。

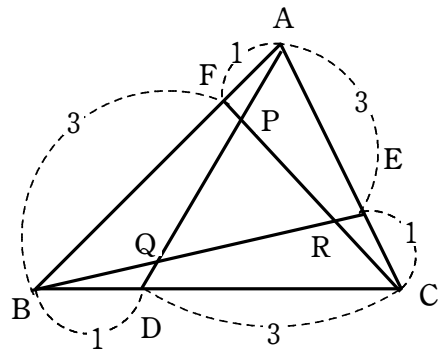


- (2) 右の図において、直線 PQ は円 O, O' に、それぞれ点 P, Q で接している。円 O の半径が 4, 円 O' の半径が 6 であるとき、線分 PQ の長さを求めよ。



- (3) 右の図の△ABC において、辺 BC 上に点 D を、辺 CA 上に点 E を、辺 AB 上に点 F を、  
 $\frac{BD}{DC} = \frac{CE}{EA} = \frac{AF}{FB} = \frac{1}{3}$  となるようにとる。

このとき、△PQR と △ABC の面積比を求めよ。



[ $\beta-4$ ] 2次関数

- (1) 2次不等式  $2x^2 - 5x - 3 > 0$  を解け。
- (2) 3点  $(-2, 6)$ ,  $(0, -4)$ ,  $(4, 0)$  を通る2次関数を求めよ。
- (3)  $a$  を定数とするとき, 関数  $y = -2x^2 + 4ax - a^2 + 5$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) の最大値を求めよ。

[ $\beta-5$ ] 図形と計量

- (1)  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  とする。  $\tan \alpha = -2$  のとき,  $\cos \alpha$  の値を求めよ。
- (2)  $(\sin 20^\circ + \sin 70^\circ)^2 + (\sin 70^\circ + \cos 110^\circ)^2$  の値を求めよ。
- (3) 右の図のような  $AD=3$ ,  $BD=2$ ,  $CD=1$  である四面体  $ABCD$  が  
ある。ただし,  $AD \perp BD$ ,  $AD \perp CD$ ,  $BD \perp CD$  とする。  
 $\angle ABC = \theta$  とするとき,  $\cos \theta$  の値と  $\triangle ABC$  の面積を求めよ。

