♦タイトルの説明と変更について♦

今回のお題目に「○○をどう教えますか」というのがあります.「何のこっちゃ？」と思われた事でしょう．実は，予備学校で日頃教えている生徒たちの反応を見ていると，誤解して覚えているようなケース，本質が見えていないケースなどが多々見られます，これらについては，定義の導入や基本的な考え方の説明の時点で丁寧に教えれば誤解を避けられる場合も多く，指導する際に私なりに注意している事についてお話したいと思いまして．こんなタイトルとさせて頂きました．先生方から見れば「そんな事ちゃんと教えているよ」という部分も多いかも知れません．しかし，特に指導経験の少ない若い先生方のお役に立てればと思い，出来ればシリーズ化したいと思っています．

また，最後のお題目「今年も統計を少し考えます」は，予定を変更して「複素数平面における図形の変換」に変更させて頂きました．統計は去年散々話したし $\cdots$ というのもありますが，最近発見した複素数平面上での面白い法則 (大したものではありません) がありますので，これについてご紹介しようと思い，勝手ながらタイトルを変更させて頂きました．

例年通り，教材を一通り目を通してきて頂けると幸いです．

（数研出版の教科書を確認してから解答してみて下さい）

$\boxed{1}$　関数 $f(x)=x^3-3ax^2+3bx-1$ が，次の各々の条件を満たすような実数の定数 a, b の条件を求め，それを図示せよ．

(1)　常に単調増加である．

(2)　極値を持つ．

(3)　$x=1$ で極値を持つ．

(4)　$x=1$ で極大となる．

(5)　$x=1$ を含む十分小さな区間で増加状態にある．

(期待値 …… 先ずは有名なテクニックから)

$\boxed{2}$ 赤玉 3 個，白玉 2 個が入った袋から玉を 1 個取り出しては元に戻すことを 3 回繰り返す．次の 2 つの場合のうち，どちらの方が得か．(この場合，期待値の大きい方が得と考える)

① 赤玉 1 個につき 250 円をもらう．

② 白玉が 2 個出たときだけ 2000 円をもらう．

$\big($期待値 $\cdots$ 覚えていなくても直ぐに出てくる公式$\big)$

$\boxed{3}$ 確率 $\dfrac{3}{5}$ で弓矢を的に当てる A 君がまず n 回弓矢を放った．次に，今，的に当たらなかった回数だけもう一度弓矢を放った．A 君が放った弓矢のうち，的に当たった回数を X 回として，$X=k$ となる確率を P_k で表す．

(1) P_n を求めよ．

(2) $P_k\,(k=0,\,1,\,2,\,\cdots\cdots,\,n)$ を求めよ．

(3) X の期待値を求めよ．

$\Big($空間図形 $\cdots$ どこまで教えていますか？$\Big)$

$\boxed{4}$ (I)　球 $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z=35$ と平面 $x+2y+3z=2$ の共通部分である円の面積を求めなさい.

（'24 横浜市立大学）

(II)　空間内の 2 つの直線

$$\begin{cases} \ell : 2x-4=y=2z+2 \\ m : 6-2x=y-5=z+5 \end{cases}$$

について，以下の各問いに答えなさい.

(1)　l，m 両方の直線の方向ベクトルに垂直なベクトル $\overrightarrow{p}$ を求めなさい.

(2)　(1) で求めた $\overrightarrow{p}$ に平行な直線 n が ℓ，m とそれぞれ点 P，Q とで交わるとき，P，Q それぞれの座標および直線 n の方程式を求めなさい.

(3)　線分 PQ を直径として持つような球の方程式を求めなさい.

（'23 横浜市立大学）

$\Big($微分方程式はどこまで教えていますか？$\Big)$

$\boxed{5}$ 実数全体で定義された連続関数 $f(x)$ が，すべての実数 x に対して

$$f(x) > 0,$$

かつ

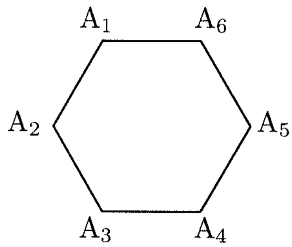
$$f(x) = \int_0^x \frac{t}{(t^2+1)f(t)}\,dt + 1$$

を満たすとき，$f(x)$ を求めよ．

（'24 横浜国立大学）

(確率は自由に解かせて大丈夫！)

$\boxed{6}$　1 辺の長さが 1 の正六角形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ がある．



1 個のさいころを続けて 5 回投げ，出た目を順に n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 とおく．次の条件付確率をそれぞれ求めよ．

(a)　「n_1, n_2, n_3 がすべて異なる」という条件のもとで,「三角形 $A_{n_1}A_{n_2}A_{n_3}$ の面積が $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ である」という条件付確率.

(b)　「n_1, n_2, n_3 がすべて異なり，かつ，$n_4 \neq n_5$ である」という条件のもとで「線分 $A_{n_4}A_{n_5}$ が三角形 $A_{n_1}A_{n_2}A_{n_3}$ の面積を 2 等分する」という条件付確率.

（'24 横浜国立大学）

(複素数平面の変換，図形的解釈できる問題もある)

$\boxed{7}$ 複素数 $z = x + yi$ (x, y は実数) に対して，複素数 w を，$w = \dfrac{z}{z+1}$ で定める．以下の 3 つの各場合について，w のとりうる値の範囲を複素数平面上に図示せよ．

(1) $y > 0$

(2) $x^2 + y^2 > 1$ かつ $y > 0$

(3) $|x| < \dfrac{1}{2}$ かつ $y > 0$

(複素数平面の変換，円や直線だけではないぞ !?)

$\boxed{8}$ 　複素数平面上で，点 z が原点を中心とする半径 1 の円から点 -1 を除いた部分を動くとき，点 $w = \dfrac{2}{(z+1)^2}$ はどんな図形を描くか.